

JEUX DE PLATEAUX

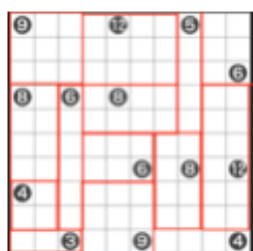
Par la manipulation de pièces (pions, dés, dominos, allumettes ...) sur un plateau, les jeux simulent des relations réelles, nous entraînant pour, ensuite, agir plus efficacement dans la vie réelle. On distinguera, grosso modo, les jeux solitaires, puzzles et pavages reposant sur l'assemblage de pièces en fonction d'impératifs géométriques et les jeux multi-joueurs pour lesquels on doit atteindre un but avant les autres

PUZZLES et PAVAGES (PDF1)

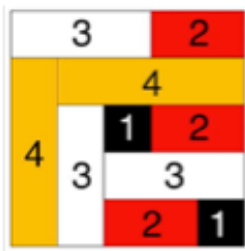
Intermédiaires entre les jeux de construction et les jeux de réflexion les puzzles sont essentiels dans tout apprentissage. Sans faire appel à des raisonnements complexes, ils nous habituent à associer mentalement des objets par des liens de toutes natures (symboles visuels, mais aussi sonores, tactiles, etc.) créant des sortes de *mots clés* qui permettent de les ranger dans notre mémoire, puis d'y faire appel pour les associer de façon opportune quand on réfléchit. Il semble donc important de donner de nombreuses interprétations d'un même objet (les nombres par exemple), qui enrichissent ses connexions et son usage ultérieur.

Les pavages sont des puzzles particuliers respectant des règles géométriques de périodicité qui se prêtent bien à des considérations mathématiques.

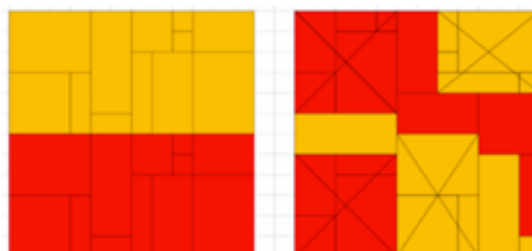
On en trouve, par exemple, dans différents jeux de réflexion comme Shikaku, Les Carreleurs, Blocs (PDF1) et plus généralement les jeux de pions se déroulant sur une trame géométrique présentant une certaine régularité, autrement dit un groupe d'isométries suffisamment transitif.



Shikaku,

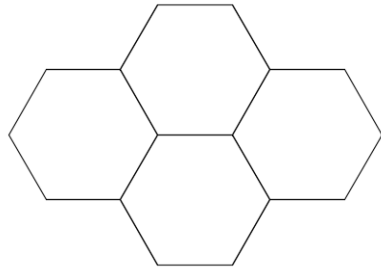
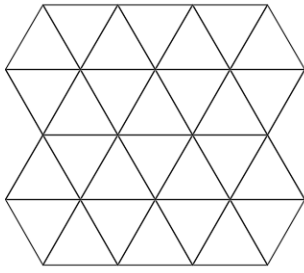
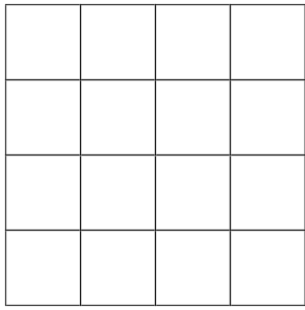


Les Carreleurs,



Blocs

Trois pavages réguliers du plan existent utilisant comme cellules élémentaires un triangle, un carré ou un hexagone. On les retrouve bien sûr dans la plupart des plateaux de jeu.



NOMBRES, RECTANGLES, MULTIPLICATION (ref pdf)

1. Quelques remarques en introduction

Après avoir compté et rangé soigneusement les pépins de pommes pour dessiner toutes sortes de polygones, les enfants comprennent qu'on trouve plus facilement leur nombre s'ils sont rangés sous forme de rectangles, une forme facile à mémoriser, dont la première fonction est de comparer facilement des quantités d'objets plutôt que les compter. C'est la naissance de la multiplication. Mais les difficultés arithmétiques ne tardent pas à apparaître : pourquoi certains nombres (2,3,5,7..) refusent-ils de se ranger en rectangle ?

Des fortes têtes ? Pas du tout, c'est les premiers de la classe !!

Les tables de multiplication sont un passage obligé, redouté des enfants (*mais surtout des parents*), sur lequel est fondé notre compréhension des nombres. Si l'addition est facile à matérialiser (3 cerises plus 2 cerises font 5 cerises est assez *visuel*), la multiplication l'est beaucoup moins car on y mélange deux processus mentaux distincts :

- 3 cerises **fois** 2 cerises ne veut rien dire, alors que

- 3 **fois** 2 cerises signifie qu'on répète trois fois une opération d'addition (*supposée déjà comprise*). Mais dès lors, il n'y a aucune raison, à priori, que 3 **fois** 2 cerises donne le même résultat que 2 **fois** 3 cerises... Le rectangle nous sauve de cette situation délicate en rangeant les cerises dans un panier rectangulaire pour les compter par lignes ou par colonnes (*voilà déjà le théorème de Fubini !*)

Tous les calculs reposant sur l'addition et la multiplication des nombres, il est utile d'en avoir une représentation mentale par un **rectangle**, faisant apparaître visuellement la **distributivité**, qui lie ces deux opérations :

Distributivité :

$$(5+2) \times (4+3) = 5 \times 4 + 5 \times 3 + 2 \times 4 + 2 \times 3$$

5	5x4	5x3
2	2x4	2x3
	4	3

2. Identités Remarquables

Plus généralement le pavage d'un rectangle par des pavés rectangulaires exprime toujours une égalité arithmétique permettant de comprendre des relations importantes souvent dites **Identités Remarquables**

	a	b				X	Y	
c	axc	bxc	c	X	X ²	X.Y	X	
d	axd	bxd	d	Y	Y.X	Y ²	Y	
	a	b			X	Y		
(a+b)x(c+d) = axc + bxc + axd + bxd				(X+Y) ² = X ² + Y ² + 2XY				

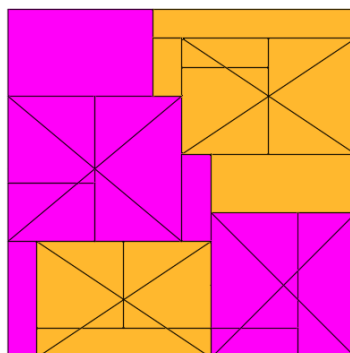
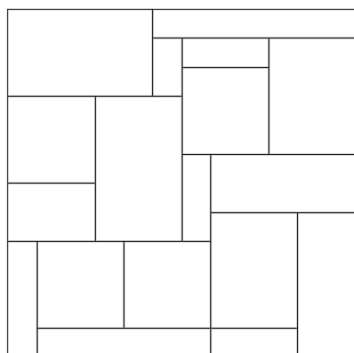
3. Blocs

Pour tout pavage d'un rectangle, un **bloc** est une réunion de pavés formant un rectangle. Les pavés sont donc des *blocs* minimaux, mais si l'intersection de deux blocs en est toujours un, il n'en est pas de même de leur réunion. Cette propriété nous pousse à introduire un jeu de pavage du plateau valorisant la constitution de Blocs

Blocs

Les

limité. À pose, plateau, 12 (1)



Pavage regroupé en sur un plateau 12x12

Règles

joueurs utilisent un stock commun de pavés, non son tour chaque joueur J sur une partie *libre* du un pavé P de taille au plus pris dans ce stock qui

prend alors sa couleur. Si P et ses pavés voisins forment un bloc B (2) d'au moins trois pavés, ils sont remplacés par un unique pavé de la couleur de J (*bonus à la formation des blocs*). Une fois le plateau plein le gagnant est le joueur couvrant la plus grande surface.

(1) Cette limite, qu'on doit adapter aux dimensions du plateau, évite qu'il soit rapidement couvert par d'énormes pavés. Dans la pratique, pour une version matérielle du jeu, on est limité par les dimensions des pavés disponibles, mais dans une version numérique du jeu cette limite n'est plus indispensable

(2) Les pavés formant le bloc B prennent tous la couleur J du dernier pavé posé (Voir la définition d'un bloc dans l'annexe technique qui suit)

Annexe technique (BLOC)

Appelons **bloc** tout rectangle du plateau qui est la réunion d'au moins trois pavés, par exemple

		4			
3	12	3			
	4			10	
	8				

12	10
8	

9		
5	30	5
	6	

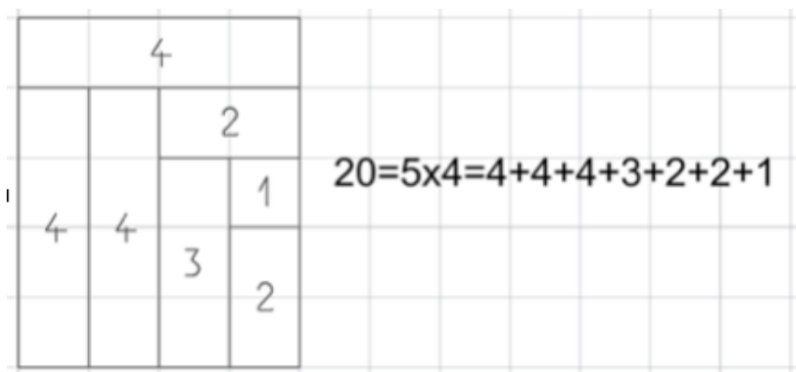
Un bloc $30=12+10+8$

Le jeu **BLOCS** permet aux enfants d'associer mentalement les nombres ($n=p.q$) à une représentation géométrique (le rectangle $p \times q$) les décomposant naturellement en un produit. Ils incitent aussi à la construction de blocs qui représentent toujours une égalité arithmétique. Sans remplacer l'apprentissage des tables de calcul, il est probable que, par le jeu, ils facilitent leur assimilation

4. Partitions et Pavages

Une **partition** d'un nombre entier n est une décomposition en somme d'entiers plus petits ($n = n_1 + \dots + n_k$) dits **composants** de la partition. Généralement rangés dans l'ordre décroissant ($n \geq n_1 \geq \dots \geq n_k$), l'écriture $n = n_1 + \dots + n_k$ est alors unique. Un **pavage** du rectangle $n = a \times b$ *représentant* la partition ($n = n_1 + \dots + n_k$) en est une partition (*au sens ensembliste*) par des pavés rectangulaires de surface n_j .

L'exemple suivant donne une partition et un pavage et de $20 = 5 \times 4$

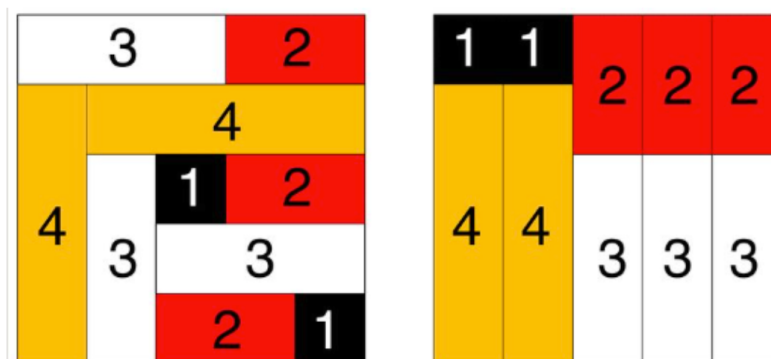


La recherche des pavages *représentant* une partition d'un nombre $n = a \times b$ est une question un peu théorique admettant beaucoup d'applications aux jeux se déroulant sur un plateau rectangulaire. Par exemple **Shikaku** en est un qui me semble très utile pour s'habituer à décomposer les (petits) nombres en produit

<https://play.google.com/store/apps/details?id=com.emjsocialmedia.shikaku>

Voici deux remarques préliminaires à cette recherche (*incitant à la prudence*)

1. La décomposition $n = 10 = 2 \times 5 = 3 + 3 + 3 + 1$ nous montre qu'une partition d'un entier n n'admet pas toujours une représentation par un pavage puisque le rectangle 2×5 ne peut pas être pavé par 3 barrettes 3×1 et un pavé 1×1 .
2. Mais par ailleurs, une partition de n représentée par un pavage peut l'être par d'autres pavages du même rectangle comme le montre cet exemple :



$$25 = 4 + 4 + 3 + 3 + 3 + 2 + 2 + 2 + 1 + 1$$

5. Les Carreleurs

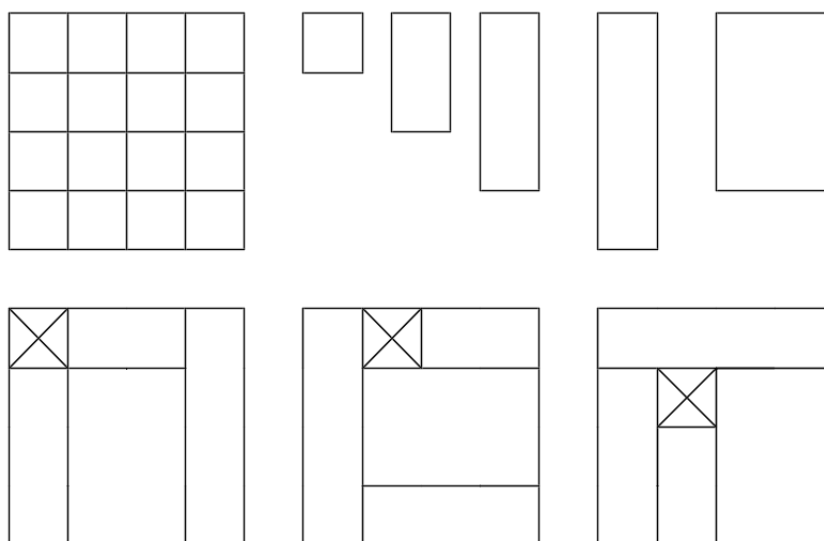
On regarde maintenant des jeux ayant pour but de carreler un plateau carré d'arête n , à l'aide de pavés rectangulaires imposés. On supposera bien sûr que la somme des aires des pavés vaut exactement n^2 .

A. Sous forme de casse tête solitaire,

on impose la position de quelques pavés (noirs sur les images), la question étant alors de compléter le pavage avec les autres. Voici quelques exemples

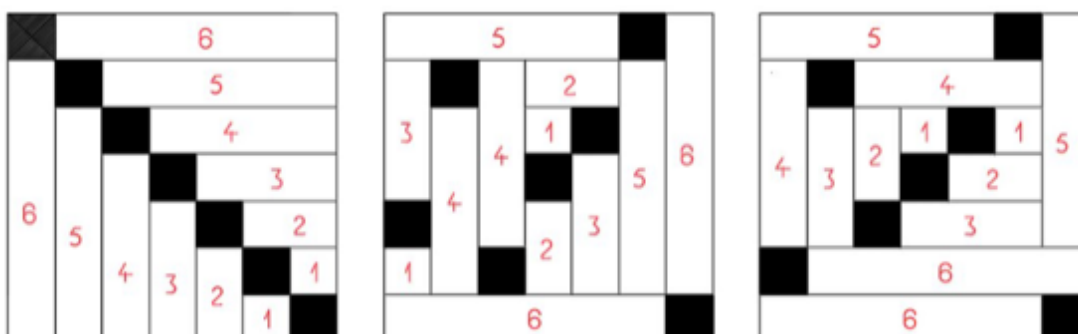
$n=4$

La première ligne représente le carré et les pavés à utiliser. La deuxième donne les trois positions possibles du carré 1×1 (modulo les isométries du carré) et une solution du problème dans chaque cas



$n=7$

Le premier dessin donne une répartition des cellules noires et des pavés. Si, chaque ligne et chaque colonne contient exactement une cellule noire peut on toujours compléter le pavage comme sur les deux exemples qui suivent ? Est ce généralisable à tout entier n ?

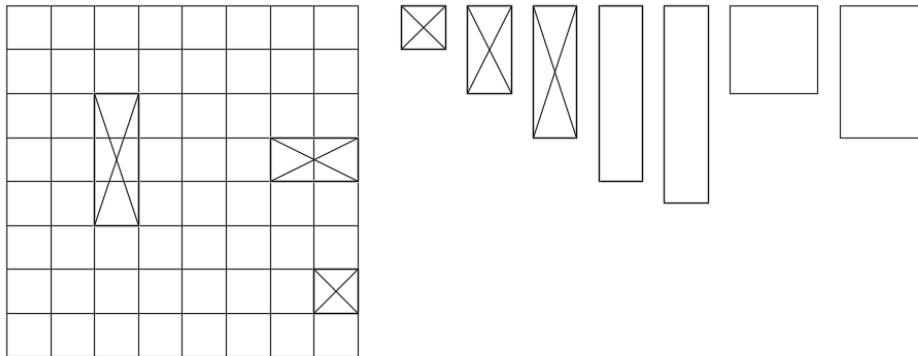


n=8

Ce cas est partiellement résolu par un jeu existant matériellement qu'on peut trouver sur le lien suivant

<https://fr.aliexpress.com/item/1005007799120706.html?gatewayAdapt=glo2fra>

Le choix judicieux des dimensions des pavés du jeu laisse penser qu'une généralisation à d'autres plateaux est possible

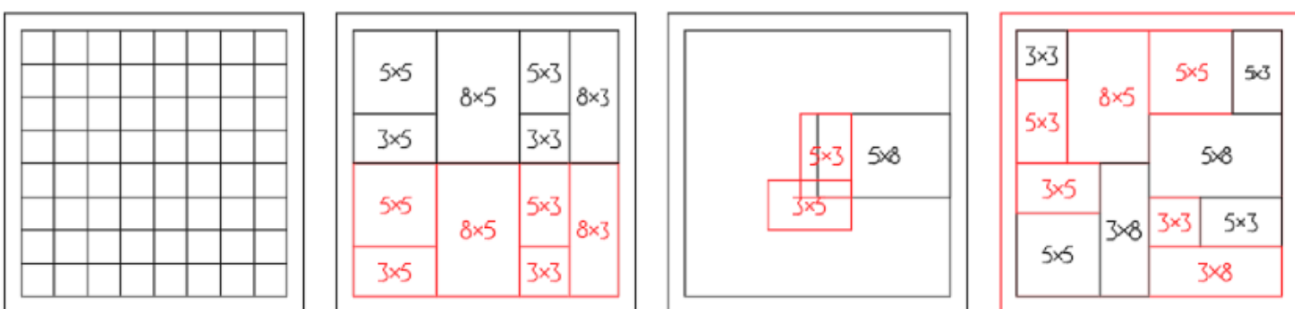


B. Sous forme d'un jeu à deux,

Les Carreleurs, (les joueurs) disposent d'un même stock de pavés (représentés par leur couleur sur la deuxième image). A son tour, chacun pose un pavé de son stock sur un espace *libre* du plateau, et bien sûr, le gagnant est le premier joueur qui place tout son stock sur le plateau...

Mais, lorsque le plateau se remplit, il arrive bien sûr qu'un joueur, gêné par les pavés déjà posés, ne puisse pas placer son pavé, sauf s'il enlève des pavés déjà installés (image 3 par exemple, pour poser son pavé 5x8 le joueur noir doit retirer les pavés rouges 5x3 et 3x5, ce qu'il peut faire à condition de les rajouter à son stock, ce qui le pénalise...)

La dernière image montre une fin de partie possible



Blocs dont on a parlé plus haut est une variante des **Carreleurs** permettant de visualiser des opérations arithmétiques élémentaires

JEUX DE PIONS

Les jeux de pions, qui introduisent le plus souvent une rivalité entre plusieurs joueurs, reposent sur des réflexions arithmétiques ou géométriques. On passe donc aux choses sérieuses pour lesquelles nous avons besoin de quelques précisions terminologiques

HEXAGO, TETRAGO, POLYGO (pdf3 PolyGo) ,



Le plateau **HexaGo** reprend les règles des jeux de pions, Hex et le jeu de Go, et les adaptent à plus de deux joueurs sur un plateau de trame hexagonale.

Les buts de HEX (*joindre deux bords opposés du plateau*) ou du jeu de GO (*obtenir le plus grand pays*) restent inchangés. Une description complète en est donnée dans le pdf3 PolyGo et résumée (*en français et anglais*) pour la prise en main rapide des règles dans

<https://formesetobjets.fr/wp-content/uploads/2026/05/HexaGO-Prise-en-main-FR-EN-14mai-PM-2.pdf>

Applicables à tout pavage plan, les règles de PolyGO le sont en particulier, aux plateaux HexaGo et TetraGo, respectivement hexagonal et carré

Voici une version en ligne de Hex pouvant d'adapter au niveau du joueur humain

<https://play.google.com/store/apps/details?id=com.game.hex&pli=1>

TETRAGO

Les règles de PolyGo appliquées au pavage habituel d'un carré, conduit à des variantes particulières de Hex et du jeu de Go, qu'on trouve dans différents jeux en ligne, notamment **Bridgit** dit aussi **Ponts et Barrages**,

<https://lutanho.net/play/bridgit.html>

Mais le plateau TETRAGO reçoit aussi d'autres jeux qu'on détaille maintenant

Marienbad, Bowling carré

Simple et bien connu le jeu de Marienbad

https://fr.wikipedia.org/wiki/Jeu_de_Marienbad

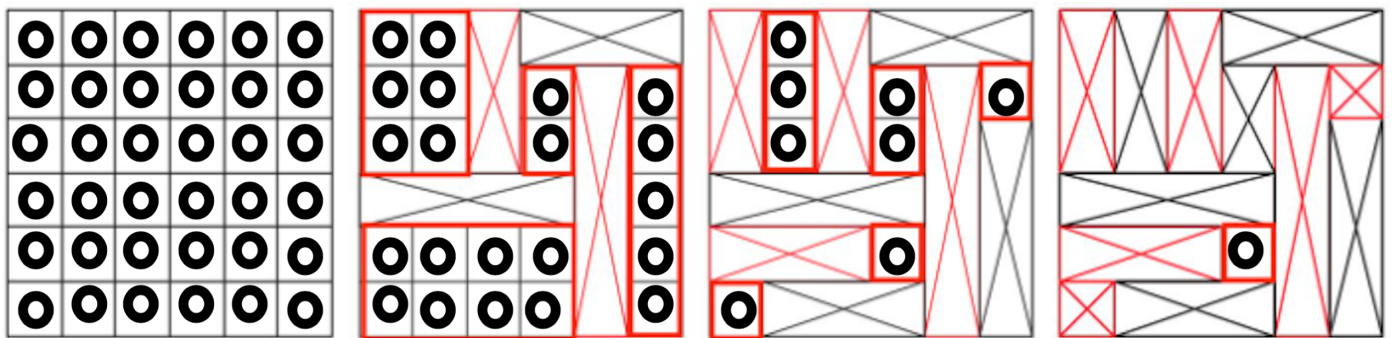
se pratique avec des allumettes disposées sur plusieurs rangées. À son tour chaque joueur en prend autant qu'il veut mais dans une seule rangée.

Le perdant prend la dernière allumette.

Astucieux, ce jeu admet plusieurs variantes, que je nomme **Bowling** dans la suite

Un plateau carré ou hexagonal est rempli par des pions. À son tour, chaque joueur en retire un nombre quelconque pourvu qu'ils forment un *segment* (ligne continue de pions alignés). Celui qui prend le dernier pion est perdant.

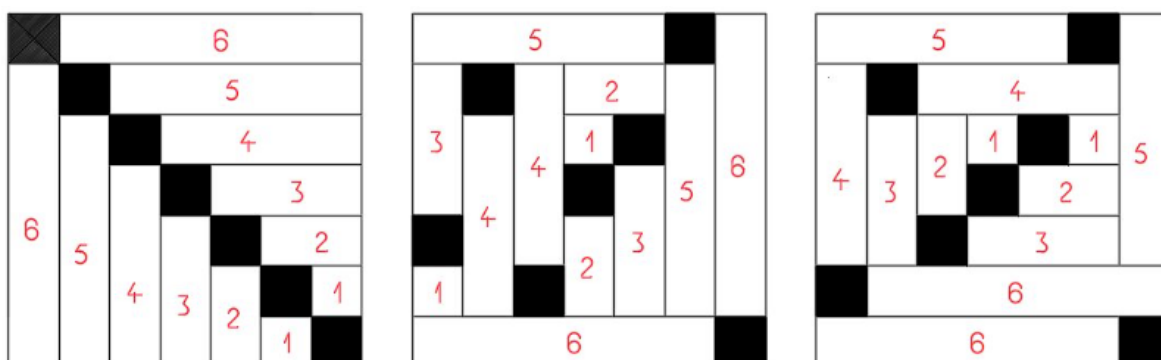
Les images suivantes montrent une partie sur un plateau carré (les diagonales des rectangles représentent les pions supprimés par chaque joueur)



Et ci-dessous une autre variante :

Sur une grille carrée de format $n \times n$, on place n cellules noires de sorte qu'exactly une se trouve sur chaque ligne et sur chaque colonne et pour chaque nombre L entre 1 et $n-1$, on dispose aussi de deux *barrettes* de longueur L (des rectangles $1 \times L$). Comment les placer pour qu'elles couvrent exactement le plateau, privé des cellules noires ?

Voilà deux exemples mais est on sûr qu'il y a toujours une solution ?



Les Nombres croisés

est un jeu de pions se déroulant sur un tableau quadrillé analogue à ceux des mots croisés. Le joueur doit y déposer des pions de sorte que chaque ligne et chaque colonne contienne un nombre de pions imposé dit *poide* de la ligne (ou colonne). Comme pour les mots croisés chaque problème est présenté sous forme d'un tableau vide T dont le contour c(T) indique le poids à réaliser sur chaque ligne et chaque colonne.

Toute disposition des pions sur le plateau possède bien sûr un contour, mais l'inverse est faux comme le montre le contre exemple 2 ci-dessous.

De plus lorsqu'elle existe une solution est parfois unique (exemple 1) mais pas toujours (exemple 3 ci-dessous)

Quelques remarques

- Certains « contours » ne proviennent pas d'un tableau T (exemple 1 ci-dessous)
- En géométrie, ces tableaux, dits matrices d'incidence sont utilisés pour décrire les relations entre différents éléments géométriques, par exemple indiquer qu'un point est (ou non) sur une droite
- Ils donnent aussi une caractérisation simple des matrices de permutations (leur contour vaut 1)
- Plusieurs exemples sont donnés sur la page LinkedIn de Jeux Sans Hasard
-

En voici trois, avec et sans solution

1. Sur cet exemple les nombres apparaissant sur le contour du tableau étant distincts, un seul tableau est solution du problème

		3	6	1	5	2	4
3			●		●		●
6	●	●	●	●	●	●	●
1		●					
5	●	●		●	●	●	●
4	●	●		●		●	
2		●		●			

2. Le contour du carré 5x5 suivant ne peut pas provenir d'une matrice solution T puisqu'elle contiendrait une configuration des pions équivalente à celle du dessin qui est clairement incompatible avec ce contour (la 3eme colonne de T ne peut pas être complétée)

	1	1	4	4	4	
1	○	○	○	○	●	1
1	○	○	○	●	○	1
4				●	●	4
4				●	●	4
4				●	●	4
	1	1	4	4	4	

3. Cette matrice de type 5X5 représente une permutation d'ordre 4. Son contour est constant et vaut 1

	1		1		1		1
1	●						1
1			●				1
1						●	1
1		●					1
1				●			1
	1	1	1	1	1		

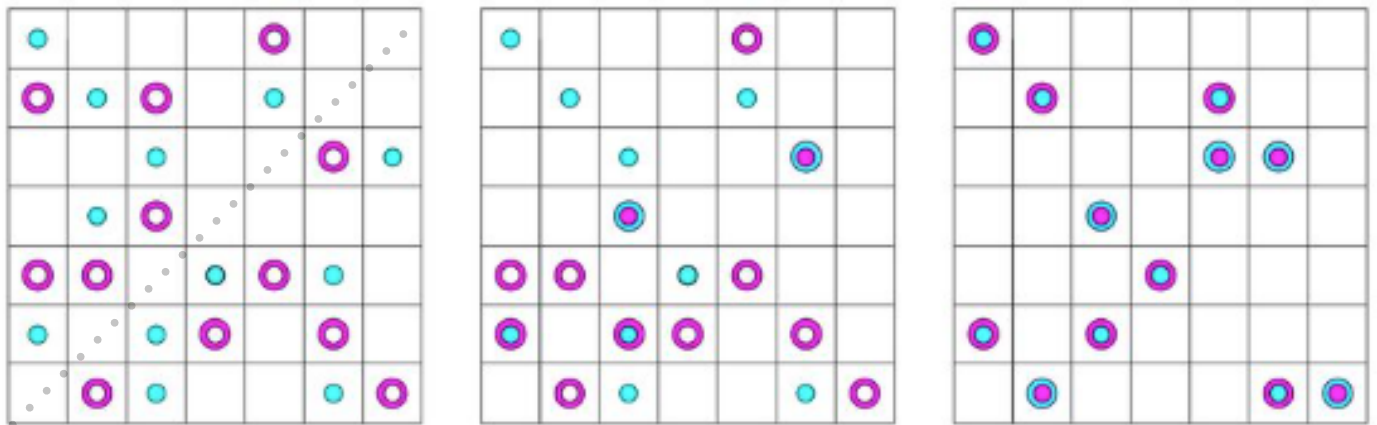
Le Bal des Mariés, une variante du problème des Nombres Croisés

Sur un plateau carré on place le même nombre de pions roses (filles) et bleus (garçons) empilables et répartis symétriquement par rapport à une diagonale de la salle. Deux pions rose-bleu se "voient" (ou sont "proches") s'ils sont alignés (verticalement ou horizontalement) et non séparés par un troisième pion.

Dans ce cas, ils s'associent en un couple bleu (garçon/fille) ou rose (fille/garçon) pour poursuivre la danse.

À son tour chaque danseur (garçon ou fille) se déplace verticalement (fille) ou horizontalement (garçon) d'un nombre quelconque de cases puis les danseurs proches s'unissent en couple rose ou bleu pour poursuivre le bal.

Une fois tous les danseurs et danseuses liés par couples, la salle (le plateau) ne contient que des couples roses ou bleus et la ou le gagnant est celle ou celui qui en possède le plus grand nombre. Dans l'exemple présenté la première image est une disposition initiale des danseurs (remarquer que l'ensemble des "filles" est déduit de celui des "garçons" par une réflexion suivant une diagonale (pointillés) du carré



Dans cet exemple, les filles gagnent parce qu'elles contrôlent sept couples, contre cinq pour les garçons