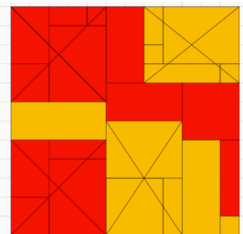
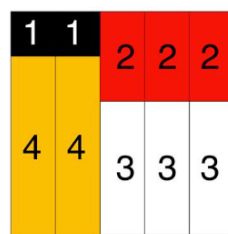
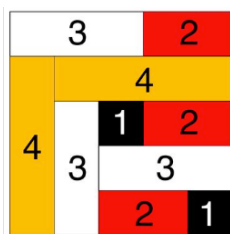
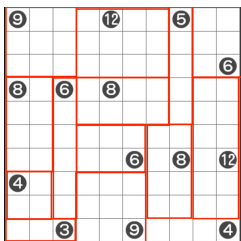


## PUZZLES et PAVAGES

Intermédiaires entre les jeux de construction et les jeux de réflexion les puzzles sont essentiels dans tout apprentissage. Sans faire appel à des raisonnements complexes, ils nous habituent à associer mentalement des objets par des liens de toutes natures (symboles visuels, mais aussi sonores, tactiles, etc.) créant des sortes de « mots clés » qui permettent de les ranger dans notre mémoire, puis d'y faire appel pour les associer de façon opportune quand on réfléchit. Il semble donc important de donner de nombreuses interprétations d'un même objet (les nombres par exemple), qui enrichissent ses connexions et son usage ultérieur

Les pavages sont des puzzles particuliers respectant généralement des règles géométriques de périodicité qui se prêtent à des considérations mathématiques. On en trouvera dans différents jeux de réflexion comme



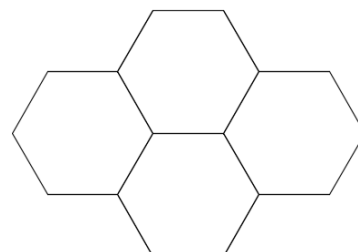
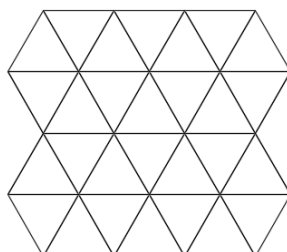
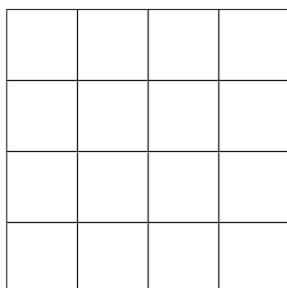
**Shikaku,**

**Les Carreleurs,**

**Blocs,**

et plus généralement les jeux de pions se déroulant sur une trame géométrique présentant une certaine régularité, autrement dit un groupe d'isométries suffisamment transitif.

Trois pavages réguliers du plan existent, utilisant un triangle, un carré ou un hexagone comme cellule élémentaire qu'on retrouve bien sûr dans la plupart des plateaux de jeu.



## NOMBRES, RECTANGLES ET MULTIPLICATION

Après avoir compté et rangé soigneusement les pépins de pommes pour dessiner toutes sortes de polygones, les enfants comprennent qu'on trouve plus facilement leur nombre s'ils sont rangés sous forme de rectangles, une forme facile à mémoriser. C'est la naissance de la multiplication, dont la première fonction n'est pas de faire des calculs mais de comparer des quantités d'objets disposés sur des rectangles. Mais les difficultés arithmétiques ne tardent pas à apparaître : pourquoi certains nombres (2,3,5,7..) refusent ils de se ranger en rectangle ? Des fortes têtes ? Pas du tout, c'est les premiers de la classe !!

Les tables de multiplication sont un passage obligé, redouté des enfants (et surtout des parents), sur lequel est fondé notre compréhension future des nombres. Si l'addition est facile à matérialiser (3 cerises plus 2 cerises font 5 cerises), la multiplication l'est beaucoup moins car on y mélange deux processus mentaux distincts :

- 3 cerises **fois** 2 cerises ne veut rien dire, alors que
- 3 fois 2 cerises signifie qu'on répète trois fois une opération d'addition (*supposée déjà comprise*). Dès lors il n'y a aucune raison, à priori, que 3 fois 2 cerises donne le même résultat que 2 fois 3 cerises.

Le rectangle nous sauve de cette situation délicate en rangeant les cerises dans un panier rectangulaire pour compter les cerises par lignes ou par colonnes (déjà le théorème de Fubini !)

La base de **tous** les calculs reposant sur l'addition et la multiplication des nombres, il me semble indispensable d'en avoir une représentation mentale faisant apparaître leurs relations. J'ai nommé **Le Rectangle**

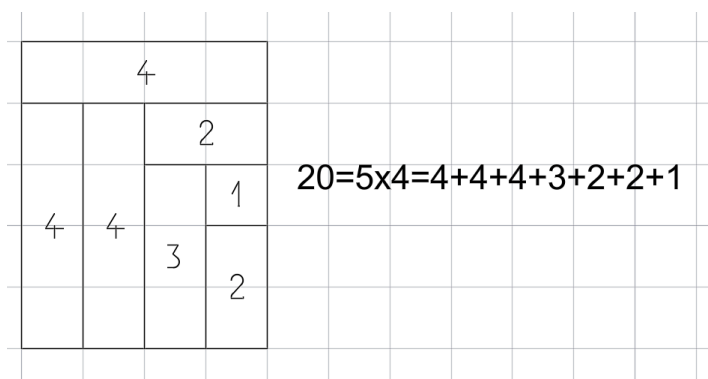
		$3 \times 5 = 15$		

Dans la suite on présente quelques jeux utilisant des pavages rectangulaires qui nous habitue implicitement à la manipulation des nombres entiers

## PAVAGES et PARTITIONS

Une *partition* d'un nombre entier  $n$  est une décomposition en somme d'entiers plus petits ( $n_1 \geq \dots \geq n_k$ ) dits *composants* de la partition. Son écriture  $n = n_1 + \dots + n_k$  est alors unique.

Un *pavage* du rectangle  $n = a \times b$  est une *représentation* de cette partition par une partition (ensembliste) du rectangle  $a \times b$  par des pavés de surface  $n_j$  (exemple graphique ci dessous)



On regarde quelles partitions d'un nombre ( $n = a \times b$ ) admettent une représentation par un pavage du rectangle  $a \times b$ . Cette question, un peu théorique, admet bien sûr beaucoup d'applications aux jeux se déroulant sur un plateau rectangulaire, citons par exemple

[Ponts et Barrages \(Bridg'it\)](#), [les Carreleurs \(FOOB\)](#), [Shikaku \(Voodoo\)](#)

### Remarques préliminaires

1. La décomposition  $n = 10 = 2 \times 5 = 3 + 3 + 3 + 1$  nous montre qu'une partition de 'n' n'admet pas toujours une représentation par un pavage puisque le rectangle  $2 \times 5$  ne peut pas être pavé par 3 barrettes  $3 \times 1$  et un pavé  $1 \times 1$ .
2. Mais, par ailleurs une partition de  $n$  représentée par un pavage peut l'être par d'autres sur le même rectangle comme le montre l'exemple (déjà vu) suivant :

