

Présentation des Jeux de Go et Hex pour trois joueurs ou plus

Terminologie des Pavages

Ce premier paragraphe explicite des termes courants pour des jeux de pions

On ne redéfinit pas les polygones et l'incidence entre leurs composants (sommets ou arêtes) est formulée simplement si aucune ambiguïté n'est à craindre (on dira par exemple: "une arête de R" au lieu de "une arête incidente à un polygone de la région R").

Un **pavage P** plan (ou de dimension 2) est un ensemble de *polygones* dits aussi **cellules**, bordées par des **arêtes**, dont les extrémités sont ses **sommets**. Elles satisfont aux deux propriétés

P1. Chaque *arête* de **P** est incidente à une ou deux *cellules* de **P**

P2. Deux *arêtes* de **P** sont incidentes à, au plus, une *cellule* de **P**

Chaque *cellule* possède une couleur associée aussi à un pays et un joueur. Les blanches, dites aussi **maritimes**, ou **inoccupées**, forment l'**océan** et les autres, dites **terrestres** forment la **terre**. Deux *cellules terrestres* sont **alliées** si elles sont de même couleur et **adversaires** dans le cas contraire. Plus généralement l'ensemble des *adversaires* d'un ensemble J de joueurs est son complémentaire, noté J'

2. Distance, liaison, connexité,, séparation, barrage

Deux sommets (resp. arêtes) distinct(e)s sont **voisin(e)s** si ils (elles) partagent une même arête (resp. un même sommet). Une suite d'arêtes (ou sommets) successivement *voisin(e)s* est une **ligne**, dite **fermée**, ou **lacet** si la première et la dernière sont *voisines* ou confondu(es). De même deux *cellules* distinctes sont **voisines** lorsqu'elles sont séparées par une arête commune, et une suite de *cellules* successivement *voisines* est un **chemin**, dit **fermé**, ou **circuit** si la première et la dernière sont *voisines* ou confondues.

3. Bord, Contour, Clôture, Frontière, Intérieur, Province, Région, Péninsules, Littoral

Une partie L du plateau B est un **lien** entre deux parties A et B si elle contient une partie connexe voisine de A et B. De plus L est un **joint** s'il est de cardinal minimal, dit alors **distance** entre A et B. Pour toute partie P du plateau B, les *arêtes* séparant deux cellules voisines de cette partie P sont dites **internes** à P, les autres formant sa **clôture**. La partie commune des clôtures de deux régions est la **frontière** les séparant. Les cellules de P dont toutes les arêtes sont *internes* à P sont dites à l'**intérieur** P° de P. Les autres forment son **bord** $b(P)$ tandis que son **contour** $c(P)$ est le **bord** de sa partie complémentaire P^c

Une composante connexe d'un pays est une **province**, également appelée **péninsule**, lorsqu'elle est *au bord* du plateau **P**. Leurs cellules forment le **littoral** **L** et sont dites **solides** (les autres étant dites **fragiles**). Le **littoral** est donc la réunion de toutes les *péninsules*. De même, une composante connexe de l'océan est une *province maritime* dite **mer** lorsqu'elle est *au bord* du plateau, et un **lac** dans le cas contraire.

4. Région, Province cernée, encerclée, libre ou isolée

Enfin une **région** **R** est une réunion de *provinces*. Elle est **terrestre** (resp. **maritime**) si toutes ses *cellules* le sont. *Remarquons que la classe des régions est stable par les opérations ensemblistes usuelles, en particulier le complémentaire R^c d'une région en est une.*

La partie commune des clôtures de deux régions est la **frontière** les séparant

Une *région* non vide R, à l'**intérieur** P° du plateau est **cernée** si son **contour** est **solide** et son **bord** est **terrestre** (*). Une *province* de J est **libre** tant qu'il peut la *relier* à son **littoral** par un **chemin** de sa couleur. Elle est **isolée** dans le cas contraire

(*) Attention :

Même cernée par un ensemble J de joueurs, une région R peut contenir des cellules de couleur dans J (voir l'exemple ci-contre)



1. But et Déroulement du jeu

Le jeu se déroule entre plusieurs joueurs représentés par des couleurs (*autres que blanc*), sur un plateau **P** muni d'un pavage arbitraire. Les *cellules* inoccupées dites aussi *maritimes*, sont blanches. Initialement, les cellules *terrestres* forment une partition du *bord* du plateau par des *provinces* dites *ports* attribués à chacun des joueurs

Le but du jeu est d'obtenir le plus grand pays. Voici son déroulement :

Tant qu'il reste des cellules vides libres

- 1 À son tour chaque joueur J pose un pion sur l'une d'elles
- 2 On vide du plateau les régions *cernées*, puis on passe au joueur suivant (*)

(*) Lorsque le jeu s'arrête il n'y a plus de cellule vide libre, donc le contour $c(L)$ du littoral est terrestre, si bien que L cerne son complémentaire L^c qui est alors vidé de ses pions (par la règle 2) et ne contient pas cellule terrestre. Une cellule ne pouvant être simultanément vide et terrestre, le contour $c(L)$ de L est vide, montrant ainsi que L couvre le plateau.

Le gagnant possède le plus grand pays

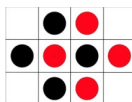
Quelques remarques

-- Par la règle 2, les régions isolées sont elles mêmes vidées de leurs pions puisque contenues dans des régions *cernées*

-- Au jeu de Go, les pions cernés sont retirés du jeu, puis réintroduits en fin de partie pour faciliter le décompte des points, alors que pour le jeu **PolyGo**, ils prennent immédiatement la couleur de leur assaillant

-- Au jeu de Go les *provinces* contenant "deux yeux" sont protégées tandis que pour **PolyGo** les *provinces* protégées sont les *péninsules* (*rattachés au bord du plateau, elles sont faciles à identifier*), mais une province P contenant deux yeux **n'est plus protégée** car un pion placé dans l'un d'eux n'est capturé que si P est une *péninsule*

-- Certaines configurations du jeu de Go sont ambiguës si on ne sait pas dans quel ordre ont été posés les pions. Par exemple dans la situation ci-dessous, au Go, on ne peut pas savoir lequel des deux pions centraux est capturé. Alors que pour PolyGo, *si les 6 pions extérieurs sont solides*, les deux pions centraux sont supprimés

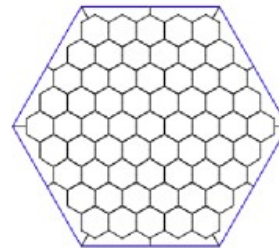
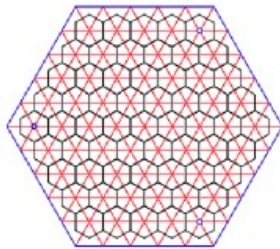
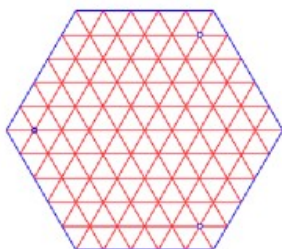


-- Le jeu PolyGo peut se dérouler sur un pavage quelconque, avec plus de deux joueurs, et une initialisation arbitraire des couleurs des *ports*, ce qui permet d'équilibrer le jeu pour des joueurs de niveaux différents

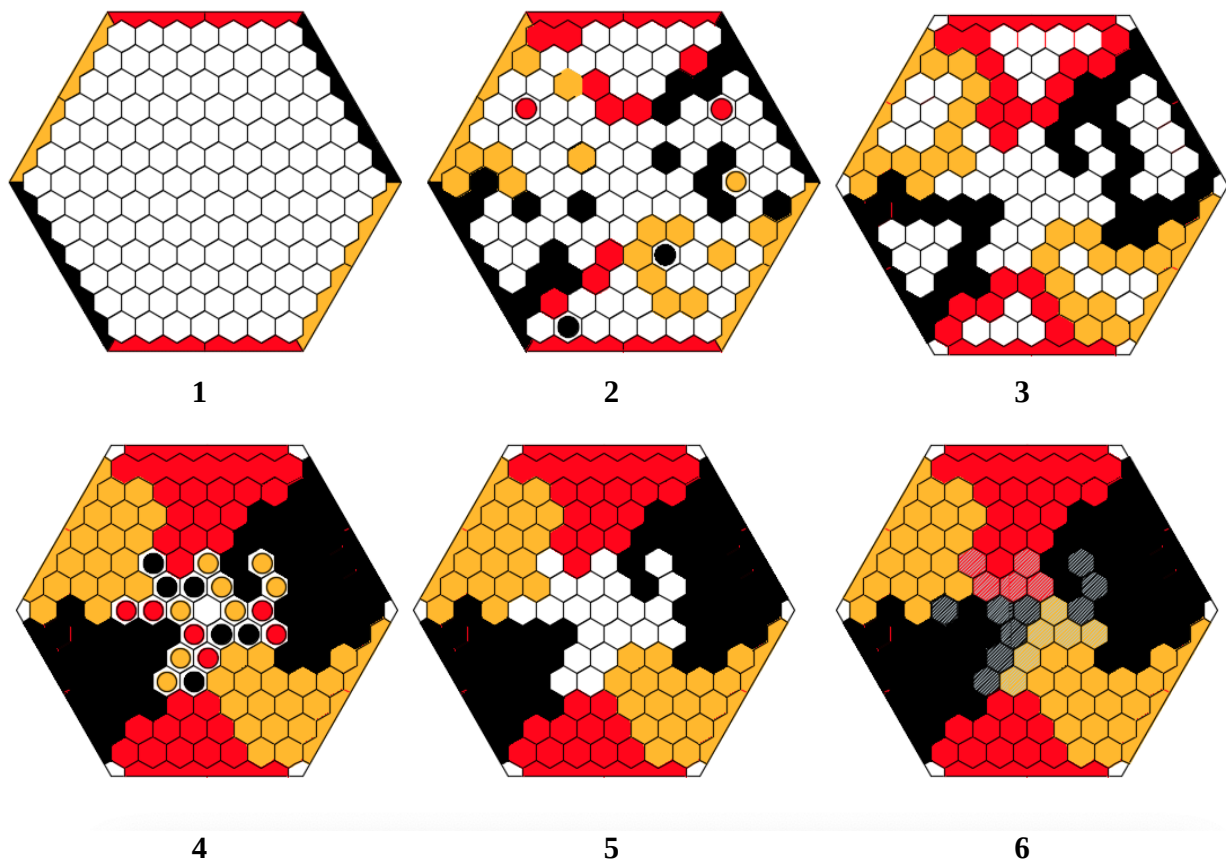
-- Pour le jeu PolyGo une tactique *défensive* prudente semble être de toujours jouer ses pions au voisinage d'une de ses péninsules... mais les adversaires peuvent fabriquer des *lacs* qui sont des pièges redoutables ... (*voir les commentaires sur le site FOOB*)

-- Symétrie et dualité

Remarquons que les pavages hexagonaux (**Hexago**) et triangulaires (**Triago**) étant chacun dual de l'autre, un même plateau convient pour les deux jeux pourvu qu'on place les pions au centre des polygones ou sur leur sommets comme le montre cette représentation simultanée des deux pavages de l'hexagone.



La page suivante représente une partie se déroulant sur un plateau hexagonal (**Hexago**)



Six étapes significatives de la partie

1. Configuration initiale: le plateau est vide et l'urne contient N pions de chaque couleur (*)
2. Chaque joueur J pose à son tour un pion sur une cellule **libre**
3. Il tente de former des «**lacs**» dans lesquels ses adversaires ne peuvent plus jouer sous peine d'être mangés par J (image 2-3 : les lacs protégés sont créés)
- 4 et 5. Lorsqu'il ne reste plus de cellule libre, les pions **fragiles** (non reliés à leur port) forment une région cernée et sont donc supprimés du plateau (règle 2)..
- 6 ... et le jeu continue jusqu'à remplir tout le plateau

(*) *Au lieu de compter les pions du plateau, en fin de partie on compte les pions restant dans l'urne ce qui est souvent plus rapide Le gagnant possède le plus grand pays,*

On trouvera des précisions tactiques sur le site FOOB :

<https://www.formesetobjets.fr>

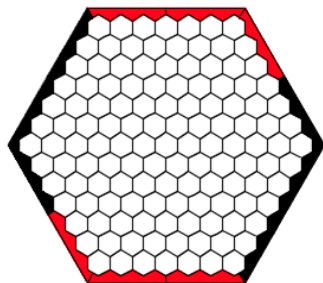
Lucas Vienne (13 Mai)

Présentation rapide d'une partie de HEX-2 et HEX-3 sur un plateau HEXAGO H7 4

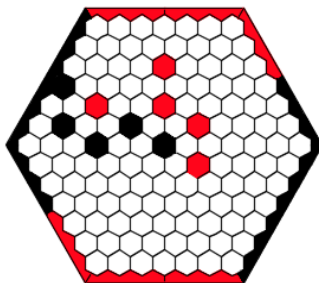
Seule la forme hexagonale du plateau diffère du jeu de Hex classique.

Le but de chaque joueur est de relier ses ports opposés par un chemin de pions. Voici quelques les étapes d'une partie à 2 ou 3 joueurs suivie de quelques commentaires

HEX-2 (deux joueurs)



Configuration initiale

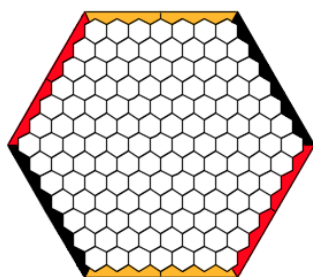


Progression par maillons



Les *rouges* gagnent

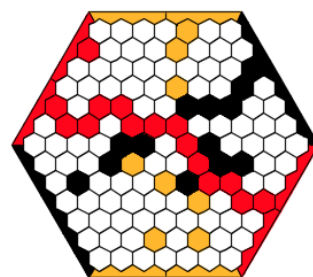
HEX-3 (trois joueurs, noir, rouge, Orange)



Configuration initiale



Orange est éliminé



Rouge gagne

Le joueur *Orange* est éliminé car il ne peut plus relier ses deux ports, puis la partie se poursuit entre *Rouge* et Noir

Quelques remarques pour le jeu Hex multijoueurs

1. Pour les petits plateaux H5 (5 sommets sur chaque arête) le jeu est rapide (5 à 10mn), mais se complique avec la taille du plateau (H7) pour devenir un jeu de réflexion assez complexe

2. Deux diamètres distincts du plateau se croisant nécessairement, si un joueur J trace un diamètre, les autres, ne pouvant plus y parvenir, abandonnent et J gagne la partie

3. La règle du swap

Le premier qui joue se trouve un peu avantage (*notamment s'il prend la position centrale*), ce qui est particulièrement sensible quand on joue sur un «petit plateau». Aussi, pour compenser cet avantage, on introduit une règle dite du *swap* : après le premier pion posé (par le joueur 1), si le joueur 2 trouve le coup intéressant, il peut prendre sa place et son premier coup. Ainsi, pour commencer, le joueur 1 doit choisir une *cellule* suffisamment bonne pour lui, mais pas trop pour éviter que son adversaire prenne sa place, ce qui équilibre le jeu. Une variante du *swap* consiste à interdire à chaque joueur de poser son premier pion au centre du plateau

4. Relier ses ports ou barrer la route des adversaires ?

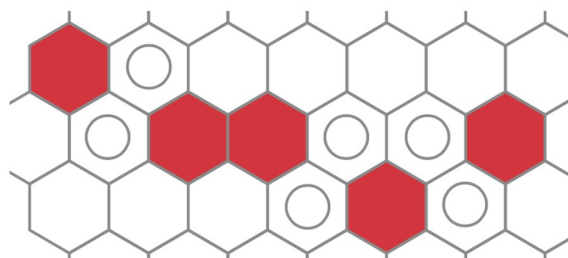
5

Chaque joueur J cherche à relier ses ports diamétralement opposés (attaque) ou à bloquer l'accès aux ports de ses adversaires (défense). Ces deux actions sont complémentaires et les meilleurs choix de cellules pour J sont donc souvent à la croisée des chemins, c'est à dire à l'intersection des chemins d'attaque et de défense

5. Reconnaître et utiliser des formes et configurations courantes

a/ Maillons

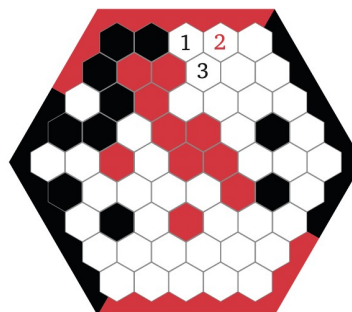
Au jeu Hex une province du joueur J ne peut pas être traversée par un chemin adverse mais uniquement contournée. Pour relier deux ports, le joueur doit construire un chemin continu de pions, or la progression consistant à poser chaque pion voisin du précédent n'est pas très rapide. On préfère utiliser la disposition en maillons, formés par deux cellules à distance 2, séparées par deux cellules vides (ci-dessous pour le joueur rouge) qui permet de progresser plus vite, en restant très solide, car dès que son adversaire occupe l'une des deux cellules libres marquées d'un cercle (sur le dessin) pour couper son chemin, le joueur rouge se protège et consolide la connexion en jouant sur la deuxième. Mais bien sûr l'argument ne vaut que pour deux joueurs



Disposition en maillons

b/ Echelles et couloirs

Lorsqu'il n'y a que deux joueurs, on peut créer un couloir pour forcer l'adversaire à jouer dedans sous peine de perdre. Le plus souvent un bord du couloir est le mur formé par le bord du plateau. Bien sûr, le couloir étant de longueur finie, il faut anticiper sa sortie avant de s'y engager. Une bonne sortie permet de reprendre la main pour imposer, à son tour, un couloir à l'adversaire ... Sur cet exemple, si c'est à Noir de jouer, il doit jouer sur la cellule 1 sinon Rouge réalise une connexion, puis, si Rouge le laisse avancer, le couloir le conduit à se connecter à un port noir. Donc Rouge doit l'obliger à se décoller de la côte en jouant devant lui en position 2. Enfin Noir doit s'échapper et empêcher Rouge de se relier à un port en jouant en 3 ...



Echelles et couloirs

Voir des compléments sur le site FOOB

<https://www.formesetobjets.fr>

Lucas Vienne (13 Mai)

HEXAGO

1

A quick overview of Go and Hex games for three or more players

The HexaGo board, hexagonal in shape and tiled with hexagonal cells, can accommodate several strategy games, similar to Hex or Go. Here's an overview, which is detailed on the FOOB website :

<https://www.formesetobjets.fr>

Tiling Terminology

This first paragraph clarifies the use of common terms in the context of board games. We do not redefine polygons, their edges, and vertices; the relationship between these components is often formulated simply if no ambiguity is to be feared (for example, we would say "an edge of R" instead of "an edge incident to a polygon in the region R").

A planar (or 2-dimensional) **tiling P** is a set of polygons, also called cells, each bounded by **edges** whose endpoints are its **vertices**. They satisfy the following properties:

- P1.** Each edge of P is incident to one or two cells of P
- P2.** Two edges of P are incident to, at most, one cell of P

Each cell is assigned a color, also associated with a **country** and a player. White cells, also called **maritime** or **unoccupied** cells, form the **Ocean**, and the others, called **terrestrials** or **land** cells, form the **Land**. Two **terrestrial** cells are **allied** if they have the same color, and **opponents** otherwise.

2. Distance, connection, connectivity, separation, barrier

Two distinct **vertices** (resp. **edges**) are said **neighbors** if they share the same **edge** (resp. the same **vertex**). A sequence of successively neighboring **edges** (or **vertices**) is a **line**, called **closed**, or a **loop** if the first and last are **neighbors** or **coincide**. Similarly, two distinct cells are **neighbors** when they are separated by a common **edge**, and a sequence of successively neighboring cells is a **path**, called **circuit**, or **closed**, if the first and last are neighbors or coincide.

3 Link, Joint Border, Outline, Fence, Province, Peninsula, Shore

A connected part L of the board **B** is a **link** between two parts A and B if it contains cells in A and in B, and a **joint** if, in addition, its cardinality is minimal (*).

For any part P of the board **B**, the **edges** separating two neighboring cells of a part P are said to be **internal** to P, the others form its **fence**. All cells in P, the **edges** of which are **internal** to P is said **inside** P, denoted by P° . The others form the **border** of P, while the **outline** of P is the **border** of its complementary region P^c .

A connected component of a **country** is a **province** also called a **peninsula** when connected to the **border** of the board **B**. Their cells, also said **solid**, form the **shore**, which is therefore the union of all **peninsula**. **Non-solid** cells are also called **fragiles**

Similarly a connected component of the **ocean** is a **sea** when connected to the **border** of the board **B** and a **lake** otherwise.

(*) Denoted then by $d(A,B)$, it is the **distance** between A and B (restricted to **allied** provinces, the function 'd' is indeed a **distance** in its mathematical meaning)

4. Region, Surrounded, Free, or Isolated Province

A **region** is a union of **provinces**. It is said **terrestrial** (resp. **maritime**) if all its cells are so. Note that the class of regions is stable under the usual set operations

A non-empty **region R** is said to be **surrounded**, if it is inside the board **P**, its border is **terrestrial** and its **outline** is **solid** (contained in the **shore**)

A province is **free** if it can be connected to the **shore** with a monochrome **path** (of its color). Otherwise, it is said to be **isolated** (*)

(*) Warning : Even If P is surrounded by J they may contain the same colours ...



POLYGO *(for two or more players)*

1. Objective and Gameplay

The game is played between several players represented by colors (other than white), on a board P with an arbitrary *tiling pattern*.

The unoccupied cells, also called *maritime* cells, are white. Initially, the other (*land cells*) form a *partition* around the *border* of the board, divided into *provinces* called *ports*, each assigned to one of the players.

The goal of the game is to get the largest country. Here's how it works.

As long as there are empty *free cells* remaining

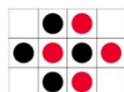
1 Each player takes a turn placing a *pawn* on one of the *empty free cells*.

2 *Surrounded regions* are cleared from the board, then play passes to the next player (*)

(*) *When the game ends, there are no more free empty cells, so the outline $c(L)$ of the shore L is terrestrial, meaning that L surrounds its complement L^c , which is then emptied of its pawns (by rule 2) and does not contain any terrestrial cells. Since a cell cannot be simultaneously empty and terrestrial, the outline $c(L)$ of L is empty, thus showing that L covers the board*

Some remarks

- Rule 2 apply to any isolated *region* since they are included in a *surrounded province*
- In Go, surrounded provinces are removed from the board and then reintroduced at the end of the game to facilitate scoring, whereas in PolyGo, they immediately take on the color of their attacker.
- In Go, provinces containing "two eyes" are protected, while in PolyGo, the protected provinces are the peninsulas (attached to the edge of the board, they are easy to identify). However, a province P containing two eyes is no longer protected because a pawn placed in one of them is only captured if P is a peninsula.
- Some Go configurations are ambiguous if the order in which the pawn were placed is unknown. For example, in the situation below, in Go, it is impossible to know which of the two central pieces is captured. Whereas in PolyGo, if the six outer pieces are secure, the two central pieces are removed.
- PolyGo can be played on tiling grid, with more than two players, and with arbitrary



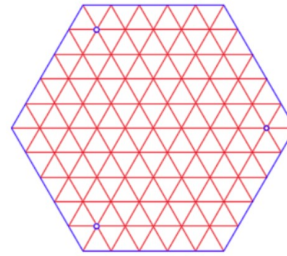
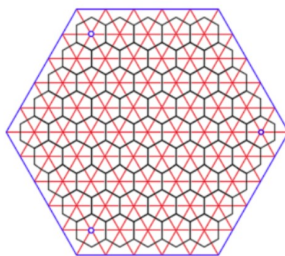
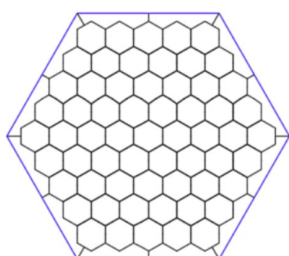
initialization of the port colors, allowing for balanced gameplay for players with different skill levels.

-- For PolyGo, a prudent defensive tactic seems to always place your pieces near one of your peninsulas... but opponents can create lakes, which are awful traps...

(Tactical details can be found on the FOOB website <https://www.formesetobjets.fr>)

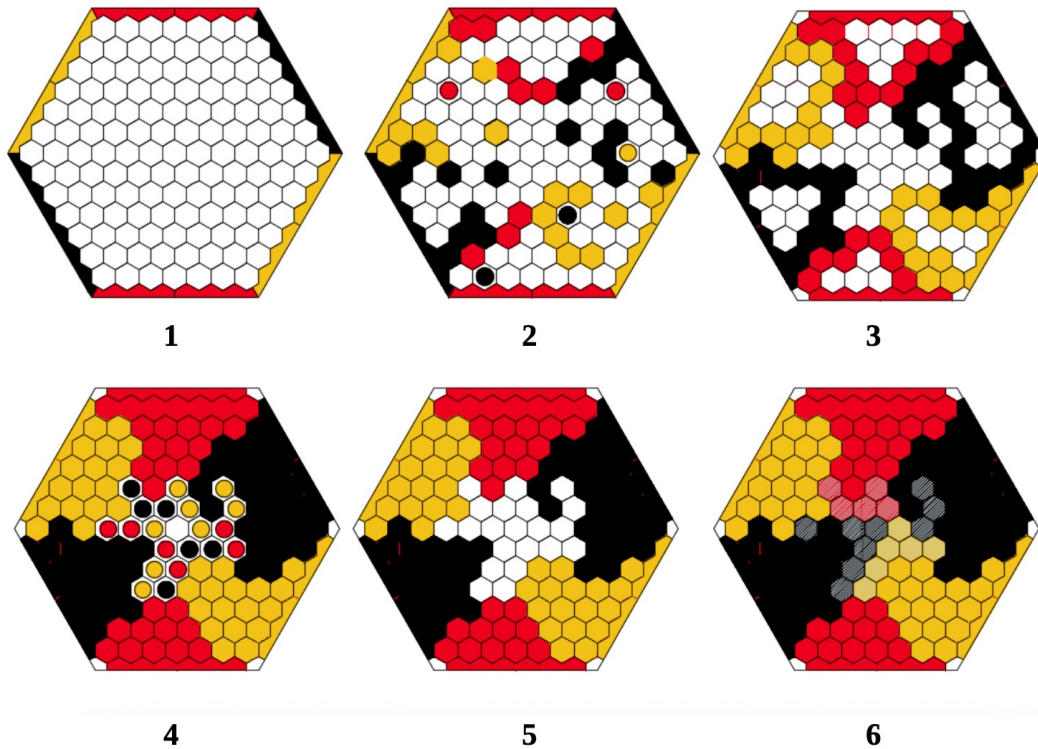
-- Symmetry and Duality

Note that hexagonal (**Hexago**) and triangular (**Triago**) tilings are each dual of the other, so the same board may be used for both games since the only difference lies in the positioning of the game pawn on the board, either at the center of the polygons or at their vertices, as shown in this simultaneous representation of the two hexagon tilings below



A GO-3 game broken down into 6 steps

3



1. Initial setup: the board is empty and the urn contains N pieces of each color (*)
2. Each player takes turns placing a *pawn* on a *free cell* (*that can be connected to a port*)
3. They try to form *lakes* in which their opponents can no longer play without being captured (images 2-3: the *lakes* (the areas surrounded by a player) are emptied into the urn and take on the color of the player surrounding them)
- 4 and 5. When there are no more empty *free cells*, the *isolated pawns* (not *free*) are removed from the board...
- 6 ...and the game continues until the entire board is filled.

() Instead of counting the pieces on the board, at the end of the game, you count the pieces remaining in the urn, which is often faster. The winner has the largest country.*

Tactical details can be found on the FOOB website :

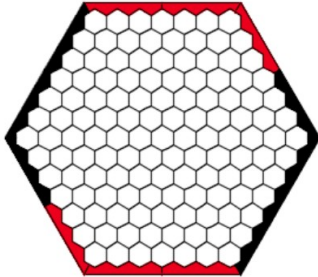
<https://www.formesetobjets.fr>

Lucas Vienne (Mai 13)

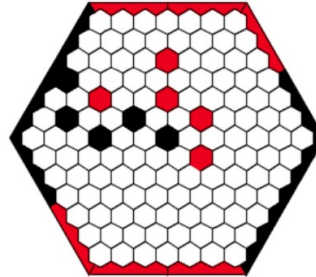
Quick presentation games HEX-2 and HEX-3 on an H7 size board 4

Only the hexagonal shape of the board differs from the classic Hex game. The goal of each player is to connect their opposite ports with a path of pieces. Here are the schematic steps of a game for 2 or 3 players, followed by some comments:

HEX-2 (two players)



Initial setup

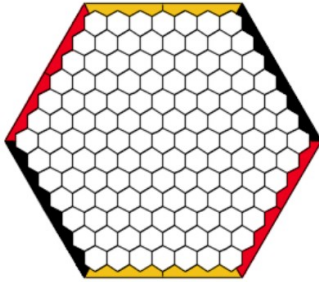


Progression by links



Red wins

HEX-3 (three players, Black, Red, Orange)



Initial setup



Orange is eliminated



Red wins

The Orange player is eliminated because they can no longer connect their two ports, then the game continues between Red and Black.

Some remarks about the multiplayer Hex game

1. For small boards (H5 with 5 vertices connected to each edge) the game is quick (5 to 10 minutes), but becomes more complicated with the size of the board, becoming a fairly complex strategy game (H7 or larger).

2. It is easy to see that two distinct diameters of the board necessarily intersect, so if a player J draws a diameter, the others must give up and J wins the game.

3. The swap rule

The first player has a slight advantage (especially if they take the central position), which is particularly noticeable when playing on a "small board." Therefore, to compensate for this advantage, a rule called the *swap* is introduced: after the first piece is placed (by player 1), if player 2 finds the move interesting, they can take their place and make their first move. Thus, to begin, Player 1 must choose a cell that is good enough for them, but not too good to be true, to prevent their opponent from taking their place, thus balancing the game. A variation of the swap consists of prohibiting each player from placing their first piece in the center of the board.

4. Connect your ports or block the road?

5

Each player J tries to connect its diametrically opposed ports (attack) or to block access to its 'opponents' ports (defense). These two actions are complementary, so, for J, the best cell choices for J often are at their crossroads, that is, at the intersection of the attack and defense paths.

5. Recognize and use common shapes and configurations

a/ Links

In the game Hex, a province of player J cannot be crossed by an opponent's path but only bypassed. To connect two ports, the player must build a continuous path of pieces, but the progression of placing each piece next to the previous one is not very fast.

We prefer to use the link layout, formed by two cells spaced 2 apart, separated by

two empty cells (below for the red player), which allows for faster progress while remaining very solid, because as soon as their opponent occupies one of the two free cells marked with a circle

(in the diagram) to cut off their path, the red player protects themselves and strengthens the connection by playing on the second cell. But of course, this argument only applies to two players.



Link Layout

b/ Ladders and Corridors

When there are only two players, a corridor can be created to force the opponent to play in it. Most often, one edge of the corridor is the wall formed by the edge of the board. Of course, since the corridor has a finite length, you must anticipate your exit before entering it. A good move allows you to regain control and, in turn, impose a corridor on your opponent... In this example, if it's Black's turn, they must play on cell 1, otherwise Red makes a connection. Then, if Red lets them advance, the corridor leads them to connect to a Black port.

Therefore, Red must force them to move away from the coast by playing in front of them in position 2. Finally, Black must escape and prevent Red from connecting to a port by playing in position 3...

Ladders and Corridors

FOOB

Lucas Vienne (May 3)

<https://www.formesetobjets.fr>

