# POLYGO (3 Avril 2026)

Ce document présente plusieurs jeux de se déroulant sur un plateau hexagonal (Hexago), carré (Tetrago) ou triangulaire (Triago) pavés par des cellules polygonales. Chacun sera ensuite repris par une documentation spécifique, mais tous reposent sur quelques propriétés générales des *pavages* qu'on présente séparément Les termes nouveaux sont écrits en *rouge* puis repris simplement en *italique.* Les commentaires sont en *bleu*

Les jeux présentés rappellent et étendent à plus de 2 jpueurs les classiques jeux de Go ou de Hex
Succinte table des matières :



---

## Terminologie des Pavages

*Ce premier paragraphe clarifie l'utilisation de termes courants dans le cadre particulier des jeux de pions. Principalement utilisées pour le jeu PolyGO présenté ensuite, on peut l'omettre en première lecture. On ne redéfinit pas les polygones, leurs arêtes et leurs sommets, l'incidence entre leurs composantes (sommets arêtes est souvent formulée simplement si aucune ambiguité n'est à craindre (on dira par exemple: "une arète de R" au lieu de "une arête incidente à un polygone de la région R").*

Un *pavage* **P** plan (*ou de dimension 2*) est un ensemble de *polygones* dits aussi *cellules,* chacune étant bordée par des *arêtes,* dont les extrémités sont ses *sommets.* Elles satisfont aux propriétés

**P1**. Chaque *arête* de **P** est incidente à une ou deux *cellules* de **P**
**P2**. Deux *arêtes* de **P** sont incidentes à, au plus, une *cellule* de **P**

Chaque *cellule* est affectée d'une couleur associée aussi à un pays et un joueur. Les blanches, dites aussi *maritimes*, ou *inoccupées,* forment l'*océan* et les autres, dites *terrestres* forment la *terre.* Deux *cellules terrestres* sont *alliées* si elles sont de même couleur et *adversaires* dans le cas contraire. Plus généralement l'ensemble des *adversaires* d'un ensemble J de joueurs est son complémentaire J'

### 2. Distance, liaison, connexité,, séparation, barrage

Deux sommets (resp. arêtes) distinct(e)s sont voisin(e)s si ils (elles) partagent une même arête (resp. un même sommet). Une suite d'arêtes (ou sommets) successivement *voisin(e)s* est une ligne, dite fermée, ou lacet si la première et la dernière sont *voisines* ou confondu(es). De même deux *cellules* distinctes sont *voisines* lorsqu'elles sont séparées par une arête commune, et une suite de *cellules* successivement *voisines* est un *chemin*, dit *fermé,* ou *circuit* si la première et la dernière sont *voisines* ou confondues.
Une *province* est une partie P du plateau, monochrome *connexe (c'est à dire dont deux quelconques de ses cellules sont reliées par un chemin dans P),* et maximale pour cette propriété.
*Remarquons que deux provinces voisines et de même couleur sont identiques*
Une *région* est une union de *provinces*. Elle est *terrestre* (resp. *maritime*) si toutes ses *cellules* le sont.
*On remarque que la classe des régions est stable par les opérations ensemblistes usuelles*
Une partie L du plateau **P** est un *lien* entre deux *provinces* A et B si l'union AUBUL est une partie connexe, et un *joint* si de plus son cardinal est minimal. Noté d(A,B), il est alors la *distance* entre A et B
*(restreinte aux provinces d'une même couleur, la fonction 'd' est une distance au sens mathématique)*

### 3. Bord, Contour, Clôture, Frontière, Intérieur, Péninsules et Littoral

Les arêtes *séparant* deux *cellules voisines* d'une région R sont dites *intérieures* à R, les autres forment sa *clôture.* Une *cellule* dont toutes les arètes sont *intérieures* à R est elle à l'*intérieur* R°de R Les autres sont au *bord* de R ainsi que toute *province* les contenant. Enfin le *contour* de R est le *bord* de sa région complémentaire $R^c$ . Les *provinces terrestres* au *bord* du plateau **P** sont des *péninsules.* Leurs cellules, dites *solides* forment le *Littoral,* les autres étant dites *fragiles.* La *frontière* entre deux provinces distinctes est l'intersection de leurs *clôtures* et toute arête de cette frontière sépare deux *cellules* de couleurs distinctes. Enfin une *province maritime* est une *mer* si elle est au *bord* du plateau et un *lac* sinon

### 4. Province cernée, libre ou isolée

Une *région* R est dite *cernée* (*par un ensemble J de joueurs)* si elle est à l'intérieur **P°** du plateau et de *contour* contenu le J-*littoral*. On dit plus simplement qu'elle est *cernée* si elle l'est par *t*ous les joueurs*,* autrement dit son *contour* est contenu dans le *littoral*
Une province est *libre* si on peut la relier au littoral par un chemin monochrome (*de sa couleur*)
Sinon elle est dite *isolée*

# POLYGO *(pour deux joueurs ou plus)*

Le jeu se déroule entre plusieurs joueurs représentés par des couleurs (*autres que blanc)*, sur un plateau **P** muni d'un pavage arbitraire. Les *cellules* inoccupées dites aussi *maritimes*, sont blanches.

**But et Déroulement du jeu**

**1. But du jeu** :
Obtenir le plus grand pays *(le plus grand nombre de pions sur le plateau)*

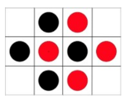
**2. Déroulement du jeu**

**Etape 1 Tant qu'il y a des cellules *libres* vides**
À son tour chaque joueur pose un pion sur l'une d'elles, on vide du plateau les régions cernées, puis on passe au joueur suivant
**Etape 2 Lorsqu'il n'y plus de cellule l*ibre* vide**
*Les pions fragiles sont exactement les pions isolés* (*). On les retire du plateau et reprend à l'étape 1
**Etape 3** Le littoral recouvre le plateau et le gagnant possède le plus grand pays

*(*) Preuve par l'absurde :*
*Si un pion fragile p n'est pas isolé, on peut le relier au littoral par un chemin Γ de cellules de sa couleur ou vides (blanches). Les cellules vides de Γ seraient alors libres, ce qui est impossible (il n'y en a pas) et le pion p, alors voisin de son littoral serait solide, ce qui contredit l'hypothèse*

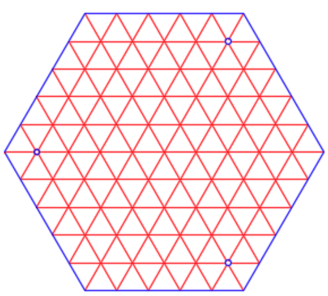
## *Quelques remarques*

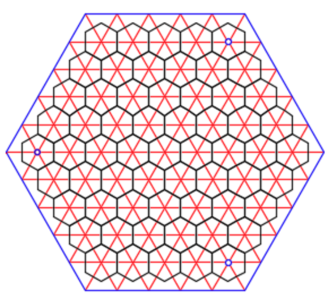
-- Dire qu'il n'y a plus de *cellule libre*, revient à dire que le *littoral* L *cerne* son complémentaire $L^{c.}$
-- Au jeu de Go (deux joueurs), les pions cernés sont retirés du jeu, puis réintroduits en fin de partie pour faciliter le décompte des points. Dans le jeu **PolyGo**, ils prennent immédiatement la couleur de leur assaillant
-- Au jeu de Go les *provinces* contenant ''deux yeux'' sont protégées tandis que pour **Polygo** les *provinces* protégées sont les *péninsules* (*rattachés au bord du plateau, donc faciles à identifier),* mais une province contenant deux yeux **n'est plus nécessairement protégée** car un pion placé dans l'un d'eux n'est pas immédiatement capturé (*sauf si P est une péninsule*)
-- Certaines configurations du jeu de Go sont ambigües si on ne sait pas dans quel ordre ont été posés les pions. Par exemple dans la situation qui suit, au Go, on ne peut pas savoir lequel des deux pions centraux est capturé si on ne sait pas dans quel ordre ils sont posés. Alors que pour PolygO, *si les 6 pions extérieurs sont solides,* les deux pions centraux sont supprimés et la situation ne peut pas se reproduire

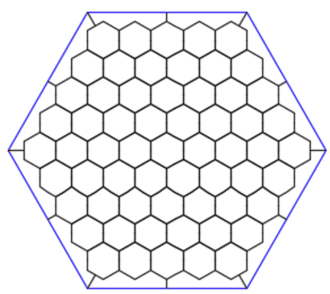


-- Le jeu PolyGo peut se dérouler sur un pavage quelconque, avec plus de deux joueurs, et une initialisation arbitraire des couleurs des ports, ce qui permet d'équilibrer le jeu pour des joueurs de niveaux différents.
-- Pour le jeu Polygo une tactique *défensive* prudente semble être de toujours jouer ses pions au voisinage d'une de ses péninsules… mais les adversaires peuvent fabriquer des lacs qui sont des pièges redoutables.

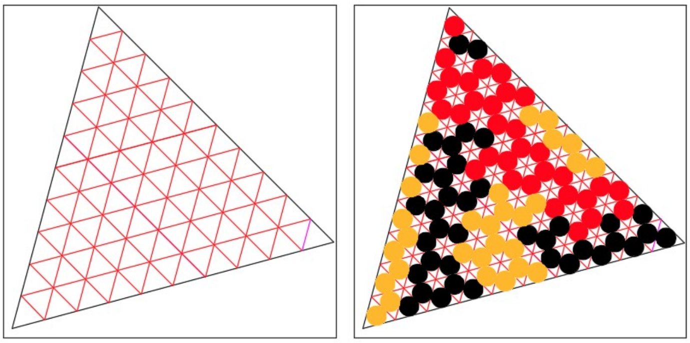
-- **Symétrie et dualité**
Remarquons que les pavages hexagonaux (**hexago**) et triangulaires (**triago**) étant chacun dual de l'autre, un même plateau convient pour les deux jeux puisque la seule différence vient du positionnement des pions de jeu sur le plateau, au centre des polygones ou sur leur sommets comme le montre cette représentation simultanée des deux pavages de l'hexagone. La page suivante représente un début et une fin de partie se déroulant sur un plateau de pavage triangulaire (**Triago**), carré (**Tetrago**) ou hexagonal (**Hexago**)



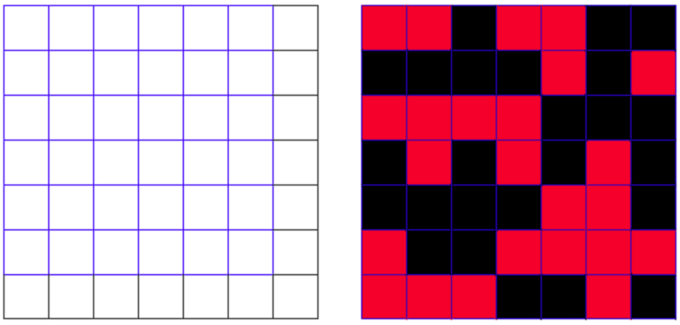




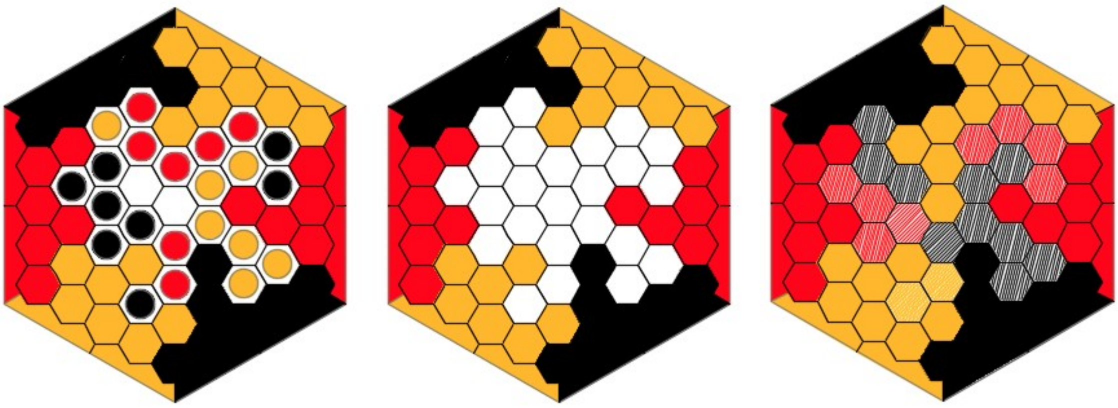
*Voici des images de début et fin de partie pour un plateau*
*...Triangulaire (**TriaGO**),...*



*... carré (**TetraGO**),...*



*…. ou hexagonal (**HexaGO**)*

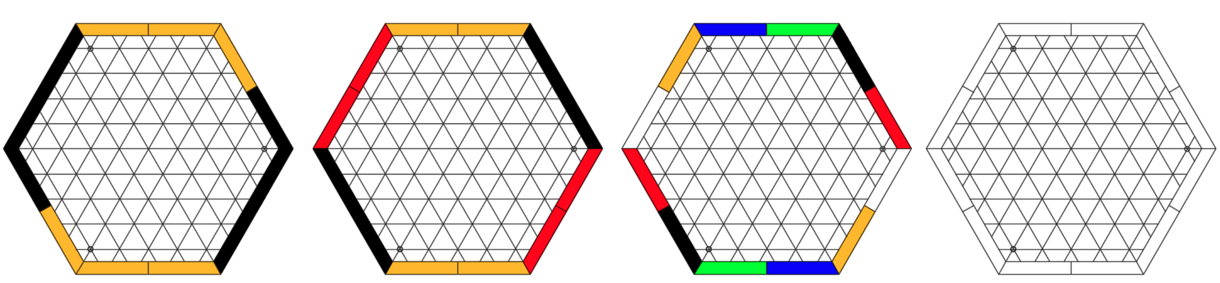


*Ci-dessus Trois étapes d'une partie à trois joueurs (GO3) sur un plateau HexaGO*

***Etape1***
*Le littoral L (pions solides) cerne les pions fragiles (représentés par les jetons de couleur) et les deux cellules vides restantes, libres pour aucun des joueurs, sont isolées*
***Etape 2***
*Donc les pions fragiles (et isolés), sont suprimés du plateau et la partie reprend.*
***Etape 3***
*Lorsque le plateau est couvert par le littoral (les péninsules solides), le gagnant possède le plus grand pays (les pions grisés ont été posés après la deuxième étape)*

On montre maintenant comment la forme hexagonale du plateau permet d'adapter les règles d'autres jeux classiques (*par exemple Hex)* à trois joueurs ou plus

**HEX-n** généralise à plus de deux joueurs le classique jeu de Hex (voir 5 (*), un peu plus loin)
Sur un plateau hexagonal chaque joueur J dispose de deux *ports* diamétralement opposés qu'il tente de relier par un chemin continu de pions de sa couleur (dit aussi *diamètre* de J). Dès que ses adversaires forment un barrage rendant ce but impossible, il *abandonne* la partie bien que ses pions restent sur le plateau, et le jeu continue entre ses adversaires. Sinon il pose un pion où bon lui semble sur une *cellule libre* du plateau.
Le gagnant, qui existe nécessairement, relie ses deux ports par un diamètre, barrant du même coup la route de ses adversaires.
Ci-dessous quelques dispositions initiales d'un plateau (correspondant au nombre n de joueurs)



**HEX-2** **HEX-3** **HEX-6** **HEX-n**

**a. HEX-2** Le bord du plateau est divisé en quatre ports disposés symétriquement (*voir la première image*). On retrouve le jeu classique de Hex pour lequel, tout plateau rempli, même aléatoirement, détermine un gagnant qui relie ses deux ports et élimine donc son adversaire.
**b. HEX-3** et **HEX-6** généralisent Hex-2 à trois ou six joueurs. Mais, si un plateau rempli aléatoirement ne détermine plus nécessairement un gagnant (traçant un diamètre), les abandons successifs des perdants assurent la victoire du dernier survivant qui trace donc un diamètre de sa couleur.
**c. HEX-n** apporte une variante intéressante : les couleurs des ports ne sont pas initialement attribuées, mais dès que deux d'entre eux sont reliés par un chemin de couleur J, ils adoptent immédiatement cette couleur J

***Remarques***
**1.** Pour les petits plateaux (H5 ayant cinq cellules sur chaque arête) le jeu est rapide (5 à 10 minutes), mais se complique avec la taille du plateau pour devenir un jeu de réflexion assez complexe (H7 ou plus grand)
**2.** Il est facile de voir que deux diamètres distincts du plateau se coupent nécessairement, donc si un joueur J trace un diamètre, les autres, ne pouvant plus y parvenir, abandonnent et J gagne la partie
**3. La règle du swap**
Le premier qui joue se trouve un peu avantagé (notamment s'il prend la position centrale), ce qui est particulièrement sensible quand on joue sur un «petit plateau». Aussi, pour compenser cet avantage, on introduit une règle dite du ***swap*** : après le premier pion posé (par le joueur 1), si le joueur 2 trouve le coup intéressant, il peut prendre la place du joueur 1 (et son premier coup). Ainsi, pour commencer, le joueur 1 doit choisir une *cellule* suffisamment bonne pour lui, mais pas trop pour éviter que son adversaire prenne sa place, ce qui équi*libre* le jeu. *Une variante consiste à interdire à chaque joueur de poser son premier pion au centre du plateau*
**4. Exemple** montrant trois étapes clés d'une partie de Hex-3 (trois joueurs)

Ci dessus trois étapes d'une partie à trois joueurs Hex-3

**Etape 1** Chaque joueur peut gagner
**Etape 2** Ne pouvant plus joindre ses deux ports, le joueur rouge est éliminé
**Etape 3** Noir ou Jaune gagne en 1 ou 2 coups en jouant dans l'une des cellules encecléees5.

**5.** (*) Les articles sur le jeu Hex sont nombreux (*commencez par wikipédia ou recherchez simplement «jeu de Hex » dans votre navigateur*). On peut aussi jouer en ligne sur

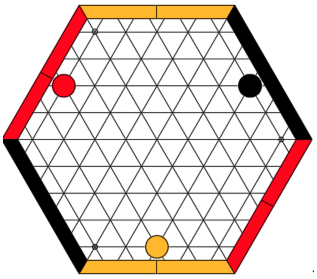
**HEX**

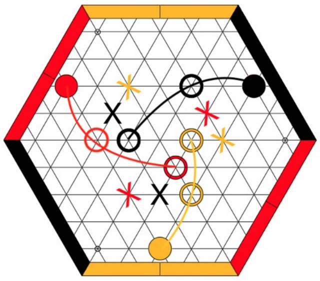
*Mais le plateau Polygo peut aussi servir pour d'autres jeux, comme on le montre maintenant*

**QUELQUES VARIANTES et AUTRES RÈGLES** *(envisageables sur un plateau **PolyGO**)*

**1. Labyrinthe** est une variante du jeu Quoridor (se déroulant, lui avec deux joueurs sur un plateau carré)
On y joue à plusieurs joueurs sur un plateau se présentant comme celui de Hex
Chaque joueur dispose d'un «Roi» voisin d'un port . Son but est de lui faire traverser le plateau pour rejoindre le port opposé. A son tour, il peut :

-- Déplacer son Roi sur une *cellule libre* voisine, ou
-- Poser une pierre (X) sur une *cellule libre* du plateau, la rendant ainsi inutilisable dans tous les déplacements des rois. Cette pose est définitive.

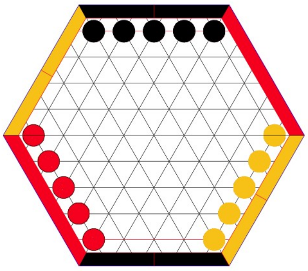




Sur ces deux dessins on essaie de représenter les déplacements des rois et les pierres obstacles (X, X, X)
La difficulté, pour chaque joueur, est de choisir, à son tour, s'il est préférable d'avancer son roi ou de gêner un adversaire en posant une pierre sur son chemin.
Pour que le jeu se termine toujours par un roi gagnant on doit y ajouter deux règles

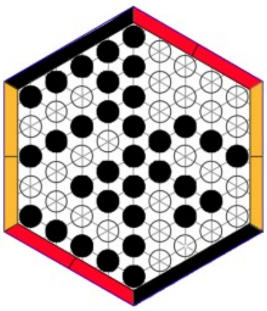
1. L'interdiction de poser une pierre barrant définitivement tout chemin gagnant d'un roi
2. Lorsque deux rois sont voisins celui qui joue peut choisir d'échanger leur position (ce qui permet leur croisement même sur une voie étroite)

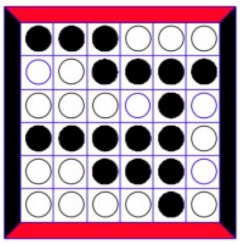
**2. HexaDames** est une variante du jeu de Dames adaptée à trois joueurs, sur le plateau Hexago
En début de partie, chacun range ses pions sur une arête du plateau comme sur cette image (*).



Chaque joueur tente de transférer ses pions sur l'arête opposée en les déplaçant, à son tour, d'un seul pas, sauf pour manger un ou plusieurs pions adverses en sautant par dessus (à«saute mouton » comme au jeu de *Dames* traditionnel). Le gagnant est le joueur qui transfère le plus de pions d'un bord à l'autre

**3.** Variantes du **jeu de Marienbad** ( https://fr.wikipedia.org/wiki/Jeu_de_Marienbad )

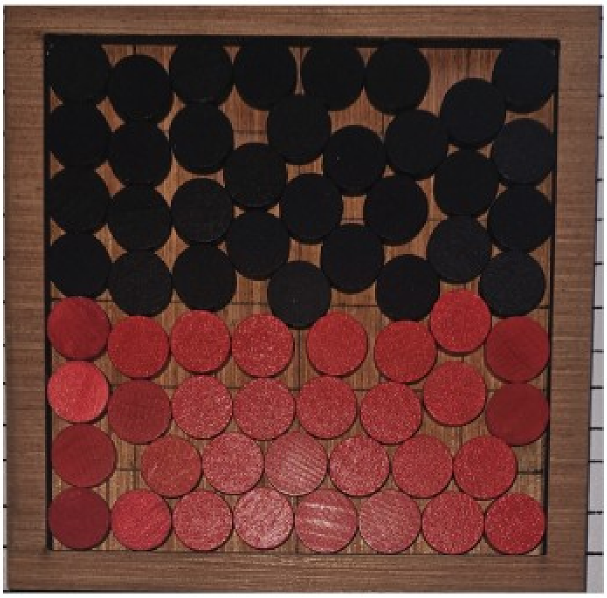


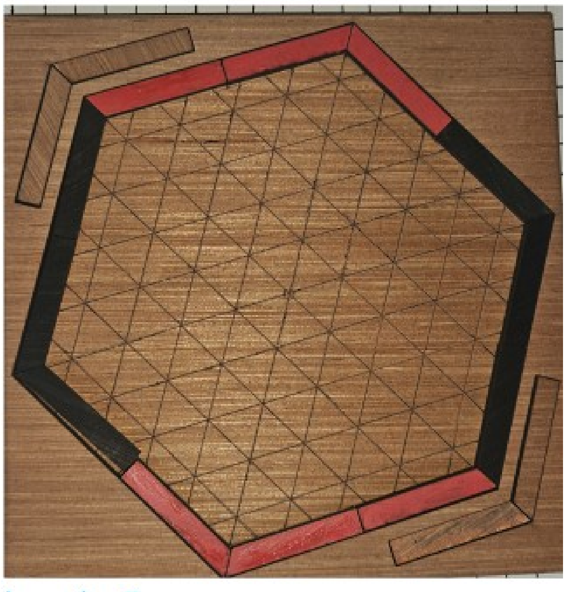


Exemples de parties en cours sur les plateaux HexaGo et TetraGo
Sur un plateau hexagonal ou carré, rempli par les pions, les joueurs retirent à leur tour un nombre quelconque de pions pourvu qu'ils soient alignés. Le gagnant prend le dernier pion).

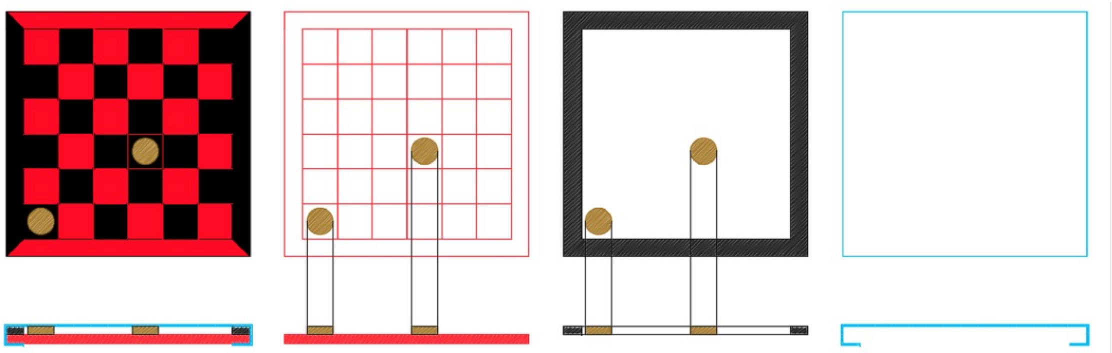
*Ce jeu est bien connu dans une version particulière utilisant des allumettes*

# TETRAGO



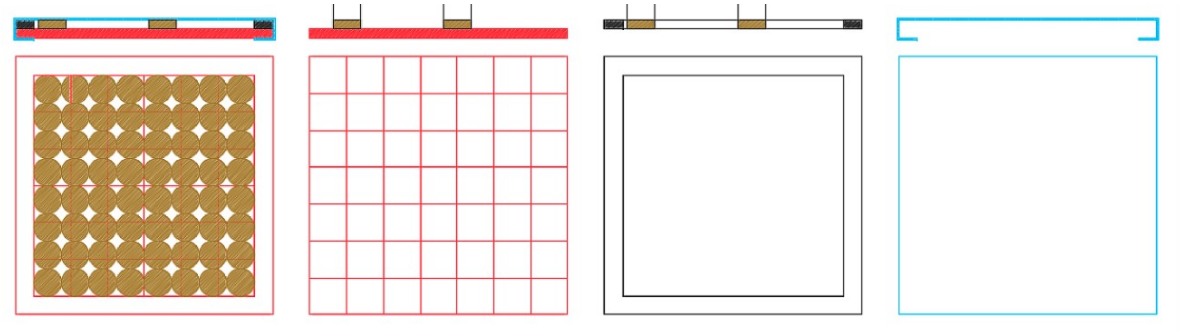



## Présentation de la version matérielle de TETRAGO



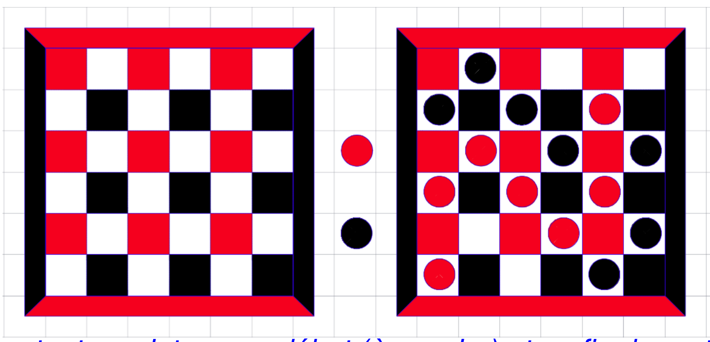
*Les faces supérieures et profils du plateau (6x6)*

Le plateau est un carré en contreplaqué quadrillé par une grille de *cellules* carrées (20mmx20mm). D'épaisseur 10mm, son socle est est formé par la superposition de deux plaques d'épaisseur 5mm : un *sol* recevant les pions de jeu (images 1, 2) et une *bordure* en couronne carrée (image 3) évitant aux pions de s'échapper du plateau. L'ensemble est couvert par un couvercle transparent (plexi, bleu sur image 4) dans lequel le plateau s'insère comme un tiroir contenant les pions et la notice.
La première image représente un jeu fictif utilisant des pions ronds de diamètre 15mm sur un petit plateau (dit 12x12). En rouge la deu face (12x12) du jeu (le sol), en noir (image 3) la deuxième plaque (la couronne). Puis en bleu le couvercle transparent (PETG 0.7mm). Au repos (pour ranger le jeu), les pions sont placés sur le plateau et retenus par la couronne carrée (noir ci-dessus) et le couvercle en plexi. Sur un plateau de taille 6x6, on peut ranger 8x8=64 pions (disques bruns sur la première image ci-dessous) entre le plateau et son couvercle, ce qui suffit pour jouer, même sur la deuxième face du plateau (qui offre un plateau de taille 14x14 utilisant au plus 7x7=49 pions comme le montre ces images.



*Les faces inférieures et le profil d'un plateau (14x14) de jeu* ***TETRAGO***

## PONTS et BARRAGES

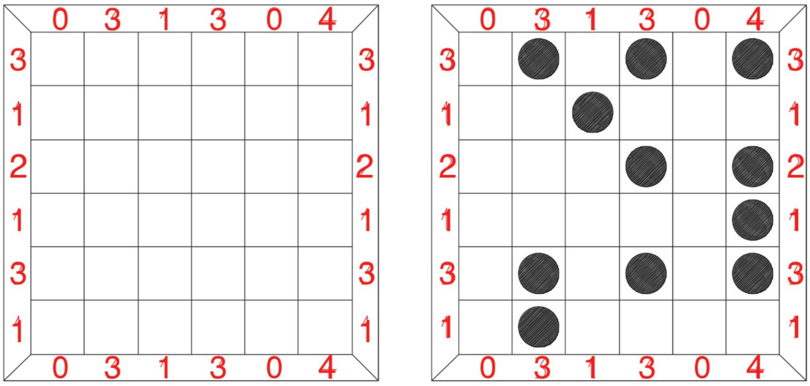


*Les images représentent un plateau en début (à gauche) et en fin de partie (à droite)*

Sur un plateau initialement coloré comme sur la première image, chaque joueur pose à son tour un pion de sa couleur sur une *cellule libre* (blanche). Le joueur qui joint les deux arêtes opposées de sa couleur a gagné (rouge gagne sur cet exemple). Ce jeu existe sous forme électronique (sur téléphone mobile par exemple) :

**Ponts et Barrages**

## NOMBRES CROISÉS (*ou QR nombres, nombres carrés ?*)




**Les Nombres Croisés**

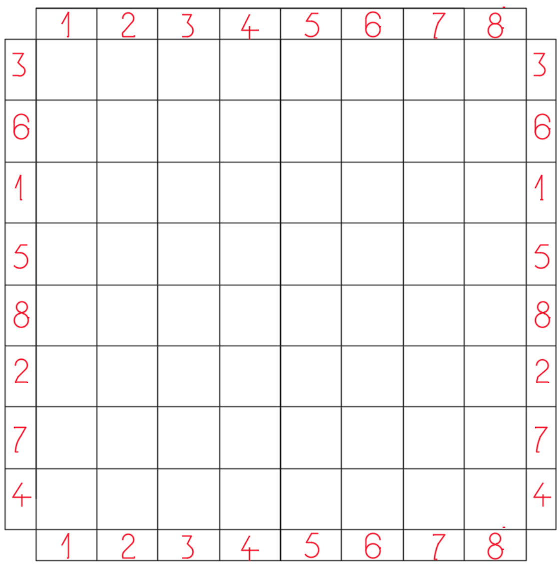
Un mot est une suite de lettres mais une suite de lettres ne forme pas toujours un mot.
De même lorsque des pions sont posés sur le plateau, s'il est facile de compter combien se trouvent sur chaque ligne et sur chaque colonne, l'opération inverse (placer les pions si on ne connait que leurs sommes en ligne ou en colonne) est plus délicat comme on peut facilement s'en rendre compte sur cet exemple

Plusieurs questions se posent naturellement

-- Le problème admet il toujours une solution ? Si oui est elle unique ?
-- Peut on trouver un algorithme de recherche de solution ?
-- Lien avec l'écriture en Braille :

*L'écriture braille utilise un rectangle* **2x3** *pour représenter les chiffres et les lettres par une grille de points*. Combien de grilles peut on former sur un rectangle **2x3** ? (rep. 2^6= 64), … et sur une grille 6x6 ? (rep. 2^36= 68 719 476 736, qui est aussi le nombre de dispositions de pions sur le plateau TetraGo **6X6**).

D'où l'utilité des QR-code (2^625 dispositions possibles des *cellules* noires sur une grille de **25x25**)
Petit jeu pour clore ce paragraphe.
Une seule disposition des pions noirs est cohérente avec cete grille. Pouvez vous la remplir ?

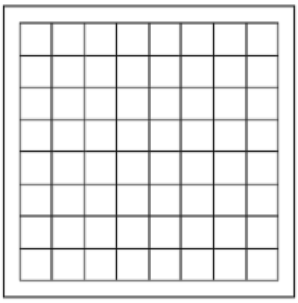


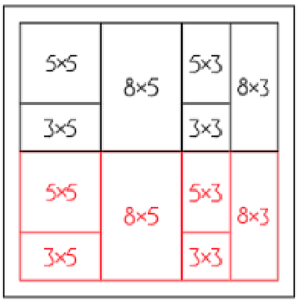

**Les Nombres Croisés**

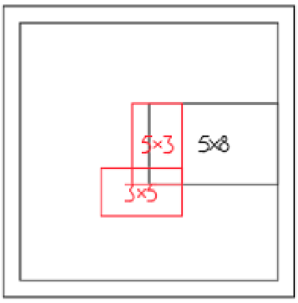
## LES CARRELEURS

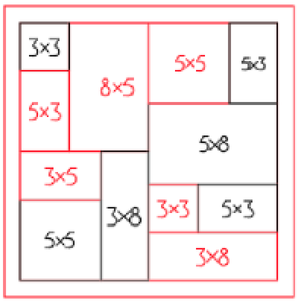
### Règles

Chaque joueur dispose d'un stock de pavés (représentés par leur couleur sur l'image 2, les deux stocks étant bien sûr identiques)






A son tour, chacun pose un pavé de son stock sur un espace *libre* du plateau, et bien sûr, le gagnant est le premier joueur qui place tout son stock sur le plateau…
Mais, lorsque le plateau se remplit, il arrive bien sûr qu'un joueur, gêné par les pavés déjà posés, ne puisse pas placer son pavé, **sauf** s'il enlève des pavés déjà installés (image 3 par exemple, pour poser son pavé 5x8 le joueur noir doit retirer les pavés rouges 5x3 et 3x5, ce qu'il peut faire **à condition** de les rajouter à son stock, ce qui le pénalise…)
La dernière image montre une fin de partie possible

### Indications tactiques

Pour gagner chaque joueur cherche à respecter quelques principes tactiques :

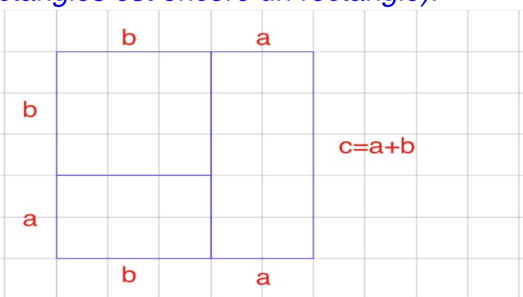
-- Placer en premier les ''gros'' pavés (qui prennent beaucoup de place) ...
-- Eviter d'enlever des pavés déjà posés (qui viennent alourdir son stock)…
-- Essayer de ralentir son adversaire en l'obligeant à enlever des pavés déjà posés

### Remarques

1. Le nombre de possibilités de pavages d'une pièce donnée augmente lorsque les longueurs des arêtes des pavés sont en progression de Fibonacci, ce qui rend le puzzle du pavage plus facile aussi bien pour le jeu des Carreleurs que pour d'autres *(voir le commentaire ci-dessous (*))*

*(*) Commentaire*

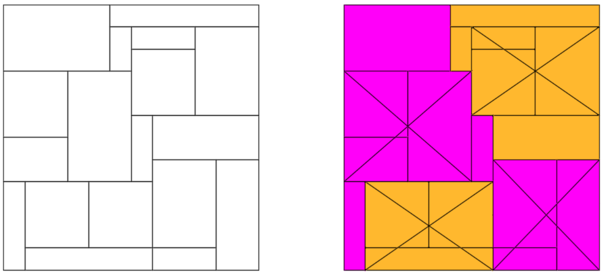

*Pour ranger trois segments de longueurs a,b et c sur une ligne droite en minimisant la place qu'ils occupent on les place "bout à bout" pour qu'ils forment un segment de longueur a+b+c. Mais cette disposition ne se généralise pas bien aux rectangles puisqu'en général leur réunion n'est pas un rectangle, sauf dans le cas où deux arêtes consécutives forment encore une arête (ci-dessous, la réunion des trois rectangles est encore un rectangle).*




*Autrement dit si les pavés disponibles sont tels que la somme des longueurs de deux arêtes est encore une arête d'un pavé disponible, il est plus facile de former un rectangle avec trois pavés donnés. Ceci nous conduit à utiliser des pavés dont les arêtes suivent une progression dite de Fibonacci : chacun de ses termes est la somme des deux précédents.*

*Par exemple* *1,1, 2, 3, 5, 8, 13, 21 …*

## BLOCS



Une partie de **blocs** sur un plateau 12x12

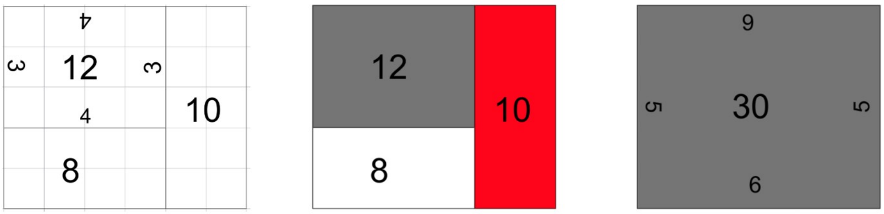
### Règles

Les joueurs n'ont pas de stock personnel mais utilisent un stock commun, non limité.
À son tour chaque joueur J pose, sur une partie *libre* du plateau, un pavé P de taille au plus 12 ([1]) pris dans le stock commun. Lorsque P et ses voisins forment un bloc B ([2]) d'au moins trois pavés, ils sont remplacés par un unique pavé de la couleur de J (*bonus à la formation des blocs*). Une fois le plateau plein le gagnant est le joueur couvrant la plus grande surface

([1]) *Cette limite, qu'on doit adapter aux dimensions du plateau, évite qu'il soit rapidement couvert par d'énormes pavés. Dans la pratique, pour une version matérielle du jeu, on est limité par les dimensions des pavés disponibles, mais dans une version numérique du jeu cette limite n'est plus indispensable*
([2]) Les pavés formant le bloc B prennent tous la couleur J du dernier pavé posé (*Voir la définition d'un bloc dans l'annexe texhnique qui suit)*

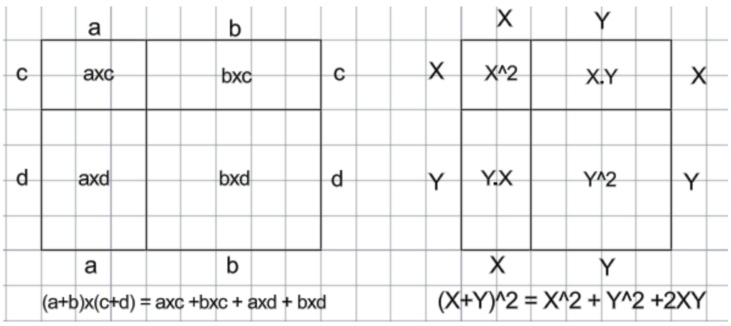
### Annexe technique (BLOC)

Appelons *bloc* la réunion d'au moins trois pavés du plateau formant un rectangle




Exemple Un bloc 30=12+10+8

Une disposition en bloc traduit toujours une égalité arithmétique exprimant que la surface du bloc est la somme des surfaces des pavés le constituant. Elle permet aussi de visualiser les règles usuelles d'arithmétique (distributivité, associativité etc.) ainsi que quelques identités dites «*remarquables*»




Les jeux LES CARRELEURS et BLOCS permettent aux enfants d'associer mentalement les nombres (n=p.q) à une représentation géométrique (le rectangle pxq) les décomposant naturellement en un produit. Ils incitent aussi à la construction de blocs qui représentent toujours une égalité arithmétiques. Sans prétendre remplacer l'apprentissage des règles de calcul, il est probable que, par le jeu, ils facilitent leur assimilation